Časopis pro pěstování matematiky, roč. 84 (1959), Praha

RECENSE

Dr. *Erwin Kreyszig* (profesor university v Ottavě, Kanada): **Differentialgeometrie.** Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Lipsko 1957. Stran 421, obrázků 105, cena neudána.

Tato kniha je učebnicí diferenciální geometrie křivek a ploch v trojrozměrném euklidovském prostoru s použitím tensorového počtu. V předmluvě autor správně zdůrazňuje, že tensorový počet není samoúčelný, ale že je zde jen prostředkem k dosažení cíle, totiž ke studiu geometrických vlastností. Přitom autorovi nejde jen o věcný obsah látky. Přistupuje k ní s hlediska didaktického; neuvádí jednotlivé pojmy formálně, jakoby „spadly s nebe", ale podává myšlenkový pochod vedoucí k jednotlivým zákonům a pojmům. Výrazně se to projevuje např. v kapitole 7 při zavedení Levi-Civitova paralelismu na plochách. Neuvádí jej formálně jako jiní autoři, nýbrž dochází k jeho analytickému vyjádření pomocí anulování absolutní derivace zcela přirozenou geometrickou cestou. Rovnoběžnost v rovině zobecňuje pro plochy na základě toho, že v rovině rovnoběžné vektory svírají s libovolnou přímkou týž úhel; analogicky k tomu požaduje, aby při paralelním posunu vektoru podél geodetické křivky C úhel tohoto vektoru s tečným vektorem křivky C se neměnil. Odtud zcela nenásilně vychází, že pro paralelní posun vektoru podél geodetické křivky je absolutní derivace tohoto vektoru rovna nule. Třebaže to tak autor dělá jen pro geodetické křivky, zatím co pro ostatní křivky definuje už paralelní přenos pomocí anulování absolutní derivace čistě formálně, přece první krok má pro začátečníka velký význam. Ostatně ještě další věc, že totiž geodetické křivky jsou ve smyslu Levi-Civitova paralelismu křivkami autoparalelními, vychází zde geometricky jako samozřejmost.

Autorův výklad je všude obdivuhodně srozumitelný, snad právě díky jeho didaktickému postoji k látce. Už v předmluvě zdůvodňuje, proč klade důraz na názornost a nechává vyniknout geometrický význam metod a výsledků. Protože zdůrazňuje právě myšlenkový postup a geometrické tvoření pojmů, snaží se omezit počet pouček na minimum; pouze důležité výsledky formuluje poučkami. Týž cíl sleduje řada úloh, jejichž řešení je uvedeno vzadu (str. 359—399). Velký význam má po této stránce také řada příkladů v textu. Na nich autor názorně ukazuje význam abstraktních pojmů a teorií.

Ačkoli autor popisuje jen geometrii dvojrozměrných ploch v trojrozměrném prostoru, neskrblí poznámkami, jež se týkají zobecnění takto založené geometrie ploch na geometrii vícerozměrných Riemannových prostorů. Hlavním účelem těchto poznámek je upozornit čtenáře na to, že na geometrii ploch se snadno každý naučí metodě, která mu v Riemannových prostorech přijde k dobru. Nechybí ani zmínky o vztahu k mechanice a k teorii relativnosti. Pokud poukazuje na souvislost s kinematikou tuhých těles, uvádí příslušné věty z této discipliny bez důkazu, ale cituje prameny, kde se čtenář těchto věcí dočte. Ostatně přímé aplikace v tom směru nepodává, omezuje se jen na upozornění. Odpovídá to i výběru látky a metod. Křivočaré souřadnice Gaussovy uvádí jen na plochách, v prostoru trojrozměrném vystačí (až na výjimku v odstavci 68) s pravoúhlými kartézskými souřadnicemi. Proto nepodává tensorový počet v trojrozměrném euklidovském prostoru, nezavádí tam ani Christoffelovy symboly, ani kovariantní derivaci (všechny tyto pojmy probírá jen na plochách); nezařazuje tedy ani výpočty týkající se mechaniky v prostoru. Jinak je tomu s kartografií, kde partie ze zobrazení ploch mu umožňují uvést i konkrétní výpočty z tohoto oboru.

Cenné jsou *historické poznámky* uvedené téměř v každém odstavci; leckdy jsou stručné, ale vždycky pečlivé. Tak např. na str. 36 se dovídáme, že pojem tečny znali ve starověku jen u speciálních křivek, totiž u kuželoseček a u Archimedovy spirály; všeobecný pojem tečny se vyvinul až v 17. století.

V textu cituje autor hodně literatury, a to od nejstarších dob až do dneška. Ale citace není úplná. Orientuje se zřejmě jen na literaturu západní. Ze slovanských matematiků jsem zde našel jen jméno N. I. LOBAČEVSKÉHO.

Látka je rozdělena do osmi kapitol, jichž si teď blíže všimnu. V uspořádání látky působí rušivě jen zařazení definice normály plochy a pojem sdružených směrů a křivek na ploše, jak se dále zmíním.

Kapitola 1 podává přehled hlavních věcí z prostorové analytické geometrie a vektorového počtu. Autor se zde hlásí ke Kleinově erlangenskému programu. Pracuje v pravoúhlých kartézských souřadnicích.

V kapitole 2 jsou probrány běžné vlastnosti prostorových křivek; je založena na Frenetových vzorcích. Uvádí zde také pojem vektoru Darbouxova v souvislosti s kinematikou tuhých těles. Obsah lze stručně charakterisovat těmito hesly: sférické obrazy křivek, kanonické rovnice křivky, oskulační koule, přirozené rovnice křivek, evoluty a evolventy a křivky Bertrandovy.

Kapitola 3 uvádí čtenáře do studia ploch a tensorového počtu. Ukazuje základní vlastnosti metrické formy plochy a z ní plynoucí měření délek, úhlů a plošných obsahů. Neuvádí však všechny důsledky první metrické formy plochy, z pedagogických důvodů zůstává jen u elementárních věcí. Lze říci, že se zde autor soustřeďuje hlavně na to, aby naučil čtenáře zacházet s tensory. Ke Christoffelovým symbolům a ke kovariantním derivacím zde ještě nepřistupuje. Není jasné, proč do této kapitoly je v odstavci 34 zařazena definice normály plochy, protože ji zde autor nepotřebuje; normála mohla být docela dobře zařazena na začátek kapitoly další. Jinak totiž se celá kapitola třetí zabývá jen základními vlastnostmi první metrické formy a tudíž jen vnitřní geometrií plochy, při níž se normála nepotřebuje. Subtilnější vlastnosti ploch plynoucí z první metrické formy zde autor neuvádí a zařazuje je příležitostně do dalších kapitol, aby z dobrých pedagogických důvodů mohl dřív probrat elementární věty založené na druhé fundamentální formě plochy.

Kapitola 4 začíná právě definicí druhé základní formy plochy a na jejím podkladě uvádí autor běžné věci, jako Meusnierovu větu, Dupinovu indikatrix, normální křivosti, Gaussovu a střední křivost plochy a Weingartenovy a Gaussovy rovnice. Při této příležitosti zavádí Christoffelovy symboly. Rovnice Mainardi-Codazziho odvozuje jako podmínky integrability rovnic předcházejících, jak se to běžně dělá. Slavnou Gaussovu větu (theorema egregium) uvádí v souvislosti s Riemannovým bikvadratickým tensorem křivosti. Křivoznačné a asymptotické čáry uvádí rovněž v této kapitole.

Kapitola 5 je věnována hlavně geodetickým křivkám. Autor je definuje jako křivky, jejichž geodetická křivost je rovna nule. Větou Gauss-Bonnetovou zakončuje tuto kapitolu.

Kapitola 6 je podle nadpisu věnována teorii zobrazení plochy na plochu. Začíná obyčejnou deformací ploch (rozvinutím plochy na plochu), při níž se zachovává první metrická forma plochy. Uvádí hlavní vlastnosti tohoto zobrazení a vyšetřuje podrobně plochy rozvinutelné na rovinu. Ale potom přechází ke sférickému obrazu plochy a k pojmu sdružených směrů a křivek na ploše, jež svou povahou patří do kapitoly čtvrté. Autor je sem zařadil zřejmě pro potřebu důkazu věty 60,4 na str. 231—232, že totiž rozvinutelná plocha, dotýkající se dané plochy F podél křivky C, je tvořena přímkami, jejichž směry jsou na ploše F sdružené se směry tečen křivky C. Protože rozvinutelné plochy v předcházejících kapitolách nemohl probrat, je uvedení této věty na tomto místě jistě správné. Ale je to slabý důvod k tomu, aby tak pozdě zavedl pojem sdružených směrů a křivek plochy; o těch mohl mluvit pohodlně už dřív v souvislosti s Dupinovou indikatrix stejně, jak to činí zde.

Dále je dosti důkladně podáno konformní zobrazení. Je mu věnováno celkem pět odstavců, z nichž dva se týkají konformního zobrazení roviny na rovinu; je zde probrán i vztah mezi geometrií tohoto zobrazení a teorií funkcí komplexní proměnné. Konformní zobrazení je zakončeno stereografickou projekcí a Mercatorovým zobrazením kulové plochy na rovinu. Autor zde zdůrazňuje praktickou aplikabilitu těchto metod v kartografii. Z téhož hlediska probírá i stejnoploché zobrazení, jež demonstruje projekcí Lambertovou apod. Řada věcí z teorie zobrazení ploch je zařazena pak ještě v kapitole 8 v souvislosti se speciálními plochami a problémy.

Do jisté míry mimořádné je zakončení kapitoly 6. Popisuje se v něm konformní zobrazení trojrozměrného euklidovského prostoru sama na sebe. Zde překračuje autor rámec knihy v tom smyslu, že vedle pravoúhlých kartézských souřadnic užívá i libovolných křivočarých souřadnic v prostoru. Poskytuje mu to příležitost zmínit se o trojnásobně ortogonálních systémech ploch; pomocí nich ukazuje, že každé konformní zobrazení prostoru na sebe lze složit z translací, podobností a inversí.

V kapitole 7 uvádí autor nejdřív absolutní derivaci tensorů (vzhledem ke Christoffelovým symbolům) na plochách a uvádí identity Ricciho a Bianchiho, Beltramiho diferenciální operátor a konečně Levi-Civitův paralelismus na plochách. Tato partie nechybí už dnes zřejmě v žádné základní učebnici diferenciální geometrie. V závěru této kapitoly zmiňuje se autor stručně o zobecnění těchto věcí pro případ, že Christoffelovy symboly nahradí jinou konexí (ale termínu „konexe" nikde neužívá).

V poslední kapitole 8 studuje autor speciální plochy a problémy. Začíná dosti důkladně s plochami minimálními, které definuje jako plochy, jejichž střední křivost je všude rovna nule. Uvádí řadu jejich geometrických vlastností; jsou mu východiskem k hlubšímu studiu souvislosti teorie ploch s teorií funkcí komplexní proměnné. V souvislosti s minimálními plochami probírá také plochy translační. Dále si všímá jednoparametrického systému ploch, v příkladech se dotýká ploch kanálových a znovu ploch rozvinutelných. Probírá plochy centrální (evoluty) dané plochy F a uvádí přitom některé další vlastnosti křivoznačných čar plochy F. Také se tu zmiňuje stručně o Weingartenových plochách. Krátce se rovněž zmiňuje o plochách rovnoběžných. Pak ve čtyřech odstavcích se podrobněji zabývá plochami s konstantní Gaussovou křivostí, a to hlavně s hlediska zobrazení těchto ploch na plochy stejného typu. V posledních třech odstavcích se soustřeďuje na geodetické zobrazení ploch s konstantní Gaussovou křivostí a uvádí Beltramiho výsledky na tomto poli a jejich známou souvislost s geometrií neeuklidovskou.

Na posledních patnácti stránkách se opět projevuje autorova starost o studenty. Pro jejich pohodlí je tu sestaven přehled jednotlivých formulí a symbolů, jež se v knize vyskytují.

Škoda, že tato kniha se na našem trhu objevila jen v malém počtu exemplářů. Je to dobrá učebnice, pro začátečníka velmi instruktivní.

Karel Havlíček, Praha

J. W. S. Cassels: **An Introduction to Diophantine Approximation.** (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, č. 45.) Cambridge, University Press, 1957. Stran X + 166, cena 22 s. 6 d.

Standardní příručkou v tomto oboru se stala vynikající kniha J. F. KOKSMY „Diophantische Approximationen" (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete *4*, 4, Berlin u. Leipzig, 1936). Od té doby pokročila tato nauka neobyčejně, částečně jistě též zásluhou Koksmovy knihy. Publikace Casselsovy monografie je tedy velmi na místě. Ovšem obě knihy mají zcela odlišný charakter. Koksmova monografie podává co nejúplnější přehled problémů a výsledků dosažených asi do r. 1935 s podrobnými bibliografickými údaji, ale většinou bez důkazů. Naproti tomu Casselsova kniha podává systematický úvod do této nauky s úplnými důkazy. Kdyby kniha tohoto rázu měla obsáhnouti aspoň zhruba dnešní stav, musila by mít alespoň tisíc stran. Bylo tedy nutno pořídit výběr látky. Řekněme ihned, že tento úkol se autorovi velmi dobře podařil; přitom je výběr proveden tak, aby kniha byla přístupna co nejširšímu okruhu čtenářů. Ukážeme to rozborem obsahu knihy.

Napřed několik označení. Všechna čísla v dalším jsou reálná. Znak $[x]$ značí celou část čísla x, $\{x\} = x - [x]$ je zbytek čísla x modulo 1; $\|x\| = \text{Min}\,(\{x\}, 1 - \{x\})$ je vzdálenost čísla x od nejbližšího celého čísla.

Kapitola I o homogenních aproximacích začíná známou *Dirichletovou větou:*

Je-li Θ jakékoliv číslo, $X > 1$, existuje celé q tak, že $0 < q \leqq X$, $\|q\Theta\| < X^{-1}$.

Nato je zaveden pojem nejlepší aproximace čísla Θ zlomkem $\frac{p}{q}$ ($|q\Theta - p| < |q'\Theta - p'|$ pro libovolná celá p', q', $0 < q' < q$) a ukázáno, jak tento pojem vede k rozvoji čísla Θ v pravidelný řetězový zlomek. (Autor vychází důsledně z pojmu nejlepší aproximace, jak to odpovídá thematice knihy; obvyklejší v literatuře je způsob obrácený, kde se vychází z algoritmu řetězových zlomků.) Ke konci je odvozeno pomocí Minkowského věty o lineárních formách zobecnění Dirichletovy věty:

Budiž dáno n lineárních forem[1])

$$L_j(x) = \sum_{i=1}^{m} \Theta_{ji} x_i \quad (1 \leqq j \leqq n) \tag{1}$$

a číslo $X > 1$; potom existuje mřížový bod $x \neq o$ tak, že

$$\|L_j(x)\| < X^{-\frac{m}{n}}, \quad |x_i| \leqq X \; (1 \leqq i \leqq m, 1 \leqq j \leqq n)\,. \tag{2}$$

Jestliže se splnění nerovností (2) požaduje jen pro jistou *posloupnost* hodnost X (rostoucí do $+\infty$), lze v (2) místo $X^{-\frac{m}{n}}$ psáti $c_{m,n}X^{-\frac{m}{n}}$ s jistou konstantou $c_{m,n} < 1$ (provedeno je to pro $m = 1$), ale není možno tento odhad zlepšit řádově, má-li platit pro všechna Θ_{ji}.

Kapitola II je velmi záslužná tím, že — pokud vím — poprvé v knižní formě obsahuje krásnou Markovovu theorii, starou již 80 let, a to v zmodernisované formě (jako pomůcek se užívá Mahlerova lemmatu o kompaktnosti a pozoruhodné „isolační věty" Remak-Rogersovy). Již v kap. I bylo ukázáno toto:

Je-li Θ iracionální, existuje nekonečně mnoho celých $q > 0$ tak, že

$$\|q\Theta\| < 5^{-\frac{1}{2}} \,.\, q^{-1}\,. \tag{3}$$

[1]) $x = [x_1, x_2, \ldots, x_m]$; $o = [0, 0, \ldots, 0]$; mřížový bod je bod s celočíselnými souřadnicemi.

Je však možno jíti dále. Konstantu vpravo nelze zmenšit, je-li Θ ekvivalentní[2]) kořenu rovnice $\Theta^2 + \Theta - 1 = 0$; ve všech ostatních případech je ji možno nahradit číslem $8^{-\frac{1}{2}}$. Tuto konstantu opět nelze zlepšit, je-li Θ ekvivalentní kořenu rovnice $\Theta^2 + 2\Theta - 1 = 0$; ve všech zbývajících případech lze $8^{-\frac{1}{2}}$ nahradit menším číslem $\left(\frac{221}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$ atd. Tak dostáváme posloupnost rovnic a posloupnost konstant, konvergujících k $\frac{1}{3}$. Hodnotě $\frac{1}{3}$ odpovídá však již nespočetně mnoho čísel Θ. Tento Markovův řetězec rovnic se obdrží z Markovova řetězce indefinitních binárních kvadratických forem, kterým je věnována kap. II. Mám zde jen jednu poznámku. Markovův řetězec forem na str. 32 je „normalisován" podle Lemmatu 6, str. 30. V Koroláru na str. 38 se „normalisuje" podle formule (9) na str. 31; z textu mně není jasno, zda tato normalisace (spočívající popříp. ve výměně čísel m_1, m_2) je ve shodě s předpisem Lemmatu 6.

Kapitola III je věnována *nehomogenním* lineárním aproximacím. Začněme nejjednodušším případem. Budiž Θ iracionální číslo; nechť α není tvaru $\alpha = m\Theta + n$ s celými m, n.[3]) Potom existuje nekonečně mnoho celých q tak, že

$$\|q\Theta - \alpha\| < \tfrac{1}{4}|q|^{-1}\,. \tag{4}$$

To lze říci též takto: Pro nekonečně mnoho hodnot X, rostoucích do $+\infty$, existuje celé $q = q(X)$ tak, že

$$\|q\Theta - \alpha\| < \tfrac{1}{4}X^{-1}\,, \quad 0 < |q| \leqq X\,. \tag{5}$$

Kdybychom však (podobně jako v Dirichletově větě, kap. I) požadovali řešitelnost nerovnosti (5) pro všechna dostatečně velká X, dostali bychom nesprávnou větu, a to i tehdy, kdybychom funkci X^{-1} nahradili jakoukoliv funkcí $\varphi(X)$, sebe pomaleji konvergující k nule pro $X \to +\infty$.

Konstantu $\frac{1}{4}$ v (4) nelze zmenšit. Uvedená věta je odvozena jako důsledek Minkowského věty o tom, že v případě $\alpha\delta - \beta\gamma = \pm 1$ lze vždy splnit celými čísly x_1, x_2 nerovnost

$$|\alpha x_1 + \beta x_2 + \varrho| \cdot |\gamma x_1 + \delta x_2 + \sigma| \leqq \tfrac{1}{4} \tag{6}$$

(přitom lze, jestliže $\frac{\alpha}{\beta}$ je iracionální, udělat $|\alpha x_1 + \beta x_2 + \varrho|$ libovolně malým). Obdobné výsledky pro n lineárních forem n proměnných, dosud značně neúplné (pro $n > 4$), nejsou v knize probrány.

Kapitola končí slavnou *větou Kroneckerovou:*

Buďte dány formy (1) a čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$. Jestliže systém nerovností

$$\|L_j(a) - \alpha_j\| < \varepsilon \quad (1 \leqq j \leqq n) \tag{7}$$

má míti pro každé $\varepsilon > 0$ celočíselné řešení $a = [a_1, \ldots, a_m]$, musí zřejmě platit toto: Jestliže pro některá celá $u_1, \ldots, u_m$ má forma $u_1L_1(x) + \ldots + u_nL_n(x)$ celé koeficienty, musí být číslo $u_1\alpha_1 + \ldots + u_n\alpha_n$ celé. Kroneckerova věta pak praví, že tato podmínka je též postačující.

Kapitola IV nás přenáší, na rozdíl od předcházejících kapitol, do *nelineárních* problémů. Řeknu zjednodušeně, oč jde.

---

[2]) Čísla ekvivalentní číslu Θ jsou čísla tvaru

$$\frac{a\Theta + b}{c\Theta + d} \quad (a, b, c, d \text{ celá}, ad - bc = \pm 1)\,.$$

[3]) Případ racionálního Θ je triviální, případ $\alpha = m\Theta + n$ vede v podstatě na homogenní aproximace; (4) v těchto případech obecně neplatí.

Budiž dána posloupnost reálných čísel

$$z_1, z_2, \ldots \tag{8}$$

Budiž Q přirozené číslo; pro $0 \leqq \alpha < \beta < 1$ budiž $F_Q(\alpha, \beta)$ počet oněch čísel $\{z_1\}, \ldots$ $\ldots, \{z_Q\}$, jež leží v intervalu $\langle\alpha, \beta)$; D_Q budiž supremum čísla $|Q^{-1}F_Q(\alpha, \beta) - (\beta - \alpha)|$, vzaté přes všechny intervaly $\langle\alpha, \beta) \subset \langle 0, 1)$.[4]) Je-li $D_Q \to 0$ pro $Q \to +\infty$, říkáme, že posloupnost (8) je *rovnoměrně rozložena modulo* 1. Obdobná definice platí i když (8) je posloupnost vektorů v n-rozměrném prostoru a když místo jednoduché posloupnosti máme „r-násobnou posloupnost". Tak např. je při iracionálním Θ posloupnost čísel $q\Theta$ ($q = 1, 2, \ldots$) rovnoměrně rozložena modulo 1;[5]) podobně lze obecněji zostřiti Kroneckerovu větu v případě, že žádná z forem

$$u_1L_1(x) + \ldots + u_nL_n(x)\,, \quad u_i \text{ celá}, |u_1| + \ldots + |u_n| > 0 \tag{9}$$

nemá celé koeficienty. Obecná kriteria pro rovnoměrné rozložení udal H. WEYL.[6]) Z nich plyne speciálně toto:

Jestliže v polynomu $f(x) = \alpha_r x^r + \alpha_{r-1}x^{r-1} + \ldots + \alpha_1 x$ je aspoň jeden koeficient iracionální, je posloupnost $f(1), f(2), \ldots$ rovnoměrně rozložena.

Kvantitativní výsledky (kromě vztahu $D_Q \to 0$) lze dostat pouze za jistých předpokladů o koeficientech α_i; po starších větách Weylových dosáhl zde skvělých výsledků I. M. VINOGRADOV. Cassels tyto věci neprobírá, a myslím, že právem; metoda Vinogradovova je velmi složitá a celý její význam vynikne teprve v souvislosti s jejími aplikacemi, např. na aditivní teorii čísel nebo na snížení řádu zbytku ve větě o rozložení prvočísel. O těchto věcech pak pojednává systematicky kniha I. M. Vinogradova L. K. HUY, o nichž jsem psal obšírně v tomto časopise *76*, 1951, str. 35—65, a nová kniha K. PRACHARA „Primzahlverteilung". Pro posloupnost Θ, 2Θ, 3Θ, ... je znám již přes půl století jeden významný výsledek M. LERCHA; jeho idea ožila nedávno v souvislosti s jednou prací K. F. ROTHA.[7])

Kapitola V jedná o tzv. *principech přenosu*; thematika i první základní výsledky pocházejí od A. J. CHINČINA (v 2. polovině dvacátých let). Zpracování je ovšem modernější;[8]) ke konci je podána zvláště jednoduchá číselně geometrická metoda Mahlerova.

Vyšetřujme vedle systému (1) ještě transponovaný systém forem

$$M_i(x) = \sum_{j=1}^{n} \Theta_{ji}x_j \quad (1 \leqq i \leqq m)\,. \tag{10}$$

Vzorce (2) nám něco říkají o přibližném řešení rovnic

$$L_j(x) - y_j = 0 \quad (1 \leqq j \leqq n) \tag{11}$$

celými čísly x_i, y_j. Platí pak: Lze-li systém (11) řešit přibližně s větší přesností než „normální", která je dána nerovnostmi (2), platí totéž i o transponovaném systému

$$M_i(x) - y_i = 0 \quad (1 \leqq i \leqq m)\,. \tag{12}$$

Dále: Lze-li systém (11) řešit „velmi dobře", dají se nehomogenní systémy

$$L_j(x) - y_j = \alpha_j \quad (1 \leqq j \leqq n)\,, \tag{13}$$

$$M_i(x) - y_i = \beta_i \quad (1 \leqq i \leqq m) \tag{14}$$

[4]) Zde se — pro zjednodušení — trochu odchyluji od autora.

[5]) Že čísla $\{q\Theta\}$ jsou hustá v $\langle 0, 1\rangle$, víme již z kap. III.

[6]) Snad je zajímavé podotknout, že se v jednou Weylově kriteriu vyskytuje Riemannův integrál, který se nesmí nahradit Lebesgueovým integrálem.

[7]) Viz H. DAVENPORT, Note on Irregularities of Distribution, Mathematika *3* (1956), 131—135.

[8]) O toto zmodernisování se však zasloužil i Chinčin sám.

řešit jen „velmi špatně“, aspoň pro některá α_j resp. β_i, a tuto větu lze obrátit. To vše lze velmi přesně sledovat kvantitativně, ale omezím se na tyto náznaky.[9])

Kapitola VI obsahuje důkaz slavné *věty Rothovy* z r. 1955. Již LIOUVILLE dokázal asi před 100 lety toto:

Je-li Θ algebraické číslo stupně $n > 1$, existuje číslo $c = c(\Theta) > 0$ tak, že nerovnosti $\|q\Theta\| < cq^{-n+1}$ vyhovuje pouze konečný počet přirozených čísel q. Tato věta byla později zostřena (THUE, SIEGEL aj.), ale teprve K. F. Roth dokázal, že exponent $-n+1$ lze nahradit libovolným exponentem menším než -1; podle Dirichletovy věty z kap. I je tento výsledek „téměř definitivní“, neboť $\|q\Theta\| < q^{-1}$ je již splněno pro nekonečně mnoho přirozených q.

Kapitola VII obsahuje dvě metrické věty; uvedu je v nejjednodušším případě. Budiž $\psi(q)$ klesající kladná funkce celočíselné proměnné. Budiž M množina oněch čísel Θ intervalu $\langle 0, 1)$, pro něž platí $\|q\Theta\| < \psi(q)$ pro nekonečně mnoho přirozených čísel q. Potom M má míru 0 nebo 1 podle toho, zda řada $\sum\limits_{q=1}^{\infty} \psi(q)$ konverguje či diverguje (A. J. Chinčin, 1923). Tentýž výsledek platí, značí-li M množinu oněch bodů $[\Theta, \alpha]$, pro něž $\|q\Theta - \alpha\| < \psi(q)$ pro nekonečně mnoho přirozených q (Cassels). Druhý problém je snazší než první.

Kapitola VIII se zabývá Pisot-Vijayaraghavanovými čísly (*P. V. — čísla*). Tak nazýváme každé celé algebraické číslo $\Theta > 1$, jehož konjugovaná čísla (kromě Θ) mají vesměs prostou hodnotu menší než 1. Z elegantních výsledků této kapitoly uveďme tyto: Budiž $\Theta > 1$. Potom Θ je P. V. — číslo tehdy a jen tehdy, když existuje reálné $\lambda \neq 0$ tak, že $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \|\lambda\Theta^n\|$ konverguje (o čísle λ se dá potom ještě leccos říci). Množina všech P. V. — čísel je uzavřená.

Následuje Dodatek, ve kterém jsou dokázány některé věty — hlavně z geometrie čísel — kterých se v předcházejících kapitolách užívá.

Spolu s tímto Dodatkem je kniha plně srozumitelná každému čtenáři, který zná z teorie čísel nejjednodušší věci o největším společném děliteli a o lineárních kongruencích a který prošel úvodním vysokoškolským kursem matematiky. Pouze na některých místech se předpokládají základy Lebesgueovy míry a integrálu (hlavně v kap. VII) a první počátky teorie algebraických čísel (hlavně v kap. VIII, nikoli však v kap. VI). Autor se však velmi pečlivě stará o to, aby ostatní text na těchto místech nezávisel (což v obdobných případech přemnozí autoři slibují, ale málokteří plní). Důkazy jsou přesné a úplné, jsou pečlivě vypracovány tak, aby byly co nejstručnější. Studium knihy je ulehčeno tím, že každá kapitola je opatřena úvodem, kde je vyloženo její zaměření. Na konci každé kapitoly jsou jednak literární odkazy, jednak poukazy na problémy v knize neprobírané. Ve starší literatuře odkazuje autor hlavně na Koksmovu knihu, z novější uvádí obyčejně nejnovější práci, ve které se najdou citáty prací dřívějších.[10])

Výběr látky je proveden šťastně; jde většinou o problémy, které i nespecialistu na první pohled zaujmou; k plnému porozumění je ovšem, přes elementárnost použitých prostředků, třeba jisté matematické zralosti.[11]) Knize zajisté prospělo vědecké prostředí, ve kterém byla napsána; anglická škola, jejímž významným representantem autor je, patří právě v tomto oboru k nejvýznamnějším na světě. Přesto autor při výběru látky

---

[9]) V nerovnosti na konci str. 85 vyměň exponenty m, n.

[10]) V knize za mnohými theorémy a lemmaty jsou uvedeny koroláry. Čtenář by se však často marně snažil odvodit korolár ze znění předcházející věty; většinou jsou to důsledky, plynoucí z jejího důkazu.

[11]) Nejnáročnější je snad kap. II, které se však v dalším textu nikde neužívá.

nikterak nepodlehl lokálnímu patriotismu; kniha neobsahuje některé velmi závažné partie, spočívající např. na hlubokém studiu geometrie čísel, které jsou dílem právě anglických matematiků. V celku lze říci, že jde o dílo vynikající, také v tom smyslu, že mistr se ukáže v umění omezit se.

Vojtěch Jarník, Praha

Fritz Rehbock: **Darstellende Geometrie.** Springer-Verlag. Berlin 1957, str. 232, 110 celostránkových obrázků.

Rehbockova kniha vyšla jako 92. svazek ve známé edici „Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften". Její obsah se omezuje na studium vlastností lineárního zobrazení trojrozměrného euklidovského prostoru na rovinu. Každého čtenáře jistě tato kniha zaujme velmi pěknou grafickou úpravou. Zvláště je třeba ocenit přehledné a vhodně volené obrázky, jimž je věnována každá lichá strana. Je pravda, že půlstránkové nebo i celostránkové obrázky ubírají místo textu, na druhé straně je však třeba uvážit, že mnohdy je možné velmi rychle „číst jen obrázky". Po stránce didaktické nepůsobí kniha jako jednolitý celek. Mnohé partie jsou jen nahozeny a vybírány spíše ty, které směřují k praktickému použití. Strohost v textu není na újmu přesného vyjadřování. Zdůvodnění všech konstrukcí, pokud nepřesahuje rámec knihy, je vždy pečlivě provedeno. Autor však neváhá uvésti některé praktické konstrukce bez důkazu. (Sestrojení oskulační kružnice v obecném bodě elipsy, zářezová metoda, Catalanova věta ap.). V tom případě odkazuje na příslušnou literaturu.

Kniha je rozdělena na dvě části. Prvních pět kapitol je věnováno rovnoběžnému promítání a teorii ploch, zbývající tři obsahují centrální promítání a perspektivu.

V první kapitole jsou probírány obecné vlastnosti rovnoběžného promítání a axonometrického zobrazení. Věta Pohlkeova dokázána není. Pro praktickou potřebu je bez důkazu uvedena zářezová metoda. Poměrně velmi obšírně jsou vyvozovány různé konstrukce elipsy z rovnoběžného průmětu kružnice. Těchto výsledků se pak s úspěchem používá v axonometrii i perspektivě. Na závěr jsou podrobně uvedeny vlastnosti perspektivní kolineace a afinity.

Druhá kapitola obsahuje v nejnutnějším rozsahu Mongeovo promítání.

Třetí kapitola je věnována pravoúhlé axonometrii. Vtipně je dokázána závislost $e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 = 2$, kde e_x, e_y, e_z jsou kolmé průměty jednotkových vektorů na osách x, y, z. Autor se v dalším zabývá zvláštním případem pravoúhlé axonometrie, v níž platí relace $e_x : e_y : e_z = 1 : 2 : 2$, kterou nazývá inženýrskou axonometrií. Její výhoda se projevuje zvláště při sestrojování průmětu kružnice, jejíž osa je rovnoběžná s některou souřadnicovou osou. V této kapitole jsou též stručně probrány vlastnosti ploch 2. stupně. Snad přece jen více pozornosti by si zasloužily zborcené plochy 2. stupně. Přílišná stručnost je zdůvodněna tím, že autor předpokládá znalost vlastností ploch 2. stupně z analytické geometrie.

Čtvrtá kapitola je věnována teorii ploch. Zvláště pečlivě je sestrojen řez na rotační ploše. Řezy kuželových ploch (je uváděn především řez hyperbolický) nejsou probírány s důkazem Queteletovy věty, jak je zvykem v našich učebnicích. Pascalova věta, která je do této kapitoly bez důkazu zařazena, zdá se být příliš vytržena ze souvislosti. Teorie rozvinutelných ploch je aplikována na plochy stejného spádu s pěknými ukázkami praktického použití ve stavebním inženýrství. Kapitola je zakončena některými ukázkami šroubových ploch. U šroubovice nezavádí autor orientaci. Zavedení orientace by však pravděpodobně bylo pro další konstrukce i vyjadřování pohodlnější.

V závěru první části jsou probrány průniky ploch, především ploch rotačních. Při rozvinutí kosého kužele a rozvinutelné plochy šroubové se používá Catalanovy věty, která je uvedena bez důkazu. Zmínka o obecných vlastnostech prostorových křivek nebyla učiněna, pro látku probíranou v posledních dvou kapitolách byla by však vhodná.

Druhý díl učebnice je sestaven se zvláštním zřetelem k promítání perspektivnímu, takže na rozdíl od obvyklého postupu v našich i cizích učebnicích není soustavně vyvozováno obecné centrální promítání a jako zvláštní oddíl promítání perspektivní. Z metodického hlediska je postup originální, důkazy jsou omezeny na nejnutnější míru a z možných konstrukcí jsou vybírány jen ty, kterých lze zvlášť výhodně užít k sestrojování perspektiv architektonických objektů. Odlišují se od sebe tři hlavní druhy podle polohy průmětny k zobrazovanému objektu:

1. Svislá průmětna a právě jeden z hlavních směrů rovnoběžný s průmětnou (nárožní perspektiva).

2. Průmětna svislá a dva hlavní směry s průmětnou rovnoběžné (průčelná poloha); průmětna horizontální (balonová perspektiva).

3. Centrální průmět na obecně položenou rovinu.

Ve všech případech jde o průmět perspektivní (útvar leží v zorném kuželi a délka distance odpovídá velikosti obrazu).

Vynášení délek a úhlů a tím i rovinných útvarů se vysvětluje zvlášť pro útvary v rovinách horizontálních, vertikálních a obecně položených. Polohové úlohy (např. průsečík přímky s rovinou, průsečnice dvou rovin ap.) jsou hned aplikovány jako osvětlování, zrcadlení apod. Působí tedy celek jako řada praktických návodů k vynášení perspektiv útvarů v různých polohách vzhledem k průmětně, bez přímého použití jejich kolmých průmětů.

Největší potíž, se kterou je takové volné vynášení perspektivních průmětů spojeno, je správné umístění útvaru v zorném kuželi, jeho nejpronikavější využití a volba distance s ohledem na velikost výsledného obrazu. I pro tuto volbu je v učebnici podán velmi praktický návod, který autor nazývá „Rastr“. Jde v podstatě o průmět osnovy rovin rovnoběžných s průmětnou a svazku rovin svislých, procházejících středem promítání, do horizontální roviny procházející rovněž středem promítání. Zavedením vhodného souřadnicového systému a zasunutím modelu do tohoto rastru, dá se velmi snadno zjistit souřadnice průmětu jednoho vrcholu a úběžníků dvou hlavních směrů a pak podle předcházejících návodů vynášet hned perspektivní průmět podle rozměrů.

Jen zběžně je upozorněno na stanovení vnitřní orientace z narýsované perspektivy. Konstrukce se omezují na užití úběžníků dvou k sobě kolmých směrů ve svislé nebo horizontální rovině resp. na užití úběžníků tří vzájemně kolmých směrů. Stručně je též poukázáno na doplňování perspektivních průmětů z průmětu čtyř od sebe různých bodů ležících v téže rovině. Pro konstrukci perspektivního reliefu je vysvětlen jen základní princip. Věta Staudligova není vůbec uvedena.

Závěrem je rovněž jen stručně upozorněno na tzv. „vázanou perspektivu“, klasické metody vynášení perspektivních obrazů a různé pomůcky, jichž bylo k vynášení perspektiv užíváno.

Rehbockova učebnice je doplněna též velmi stručnými historickými poznámkami. Obsahuje rovněž portrét Gasparda Monge na začátku první části, portrét J. H. Lamberta na začátku druhé části a kapitolu „ze starých knih“, v níž jsou otisknuty titulní stránky a ukázky z některých knih 15.—18. století.

Značná přehlednost knihy způsobená vhodným uspořádáním textu a obrázků je zvýšena podrobným věcným a jmenným rejstříkem.

Kniha neobsahuje novou látku, je však nová svým uspořádáním a ukazuje cestu, jak lze poměrně v krátkém čase získat z deskriptivní geometrie co nejvíce pro praktickou potřebu.

J. Havelka, Z. Kowalski, Brno

R. A. Frazer — J. W. Duncan — A. R. Collar: **Základy maticového počtu, jeho aplikace v dynamice a diferenciálních rovnicích.** Přeložili *J. Hudec, J. Schmidtmayer* a dr. *R. Výborný*. St. nakl. techn. literatura, Praha 1958, stran 435, obrazů 34 a více tabulek, cena váz. Kčs 38,50.

Kniha je určena inženýrům a pracovníkům technického výzkumu; jejím cílem je podati spolehlivý návod k počítání s maticemi a užití teorie matic k řešení různých oscilačních úloh. Jejími autory jsou vynikající pracovníci britského leteckého výzkumu. Jako ve většině monografií tohoto typu je výběr látky značně ovlivněn pracovním zaměřením jejich autorů a ani v předložené knize nezůstala výzkumná činnost autorů bez vlivu na její obsah. To je zároveň její předností i nedostatkem. Předností v tom, že — zejména v posledních kapitolách — látka autory probíraná je výsledkem jejich vlastní práce a bohaté zkušenosti v řešení praktických úloh leteckého výzkumu, nedostatkem v tom, že se ke konci kniha o teorii matic stává vlastně speciální učebnicí pro pracovníky leteckého výzkumu a vývoje.

Vcelku lze říci, že autoři se především koncentrují na techniku počítání s maticemi a numerické metody. Sama teorie matic se vykládá v prvních kapitolách způsobem přizpůsobeným těm čtenářům, kteří se co nejméně chtějí zdržovati s obecnou teorií a očekávají co nejdříve praktické aplikace. Výklad se proto omezuje většinou na náznaky důkazů podaných vět. Autoři se spíše snaží na příkladech ilustrovati význam uváděných výsledků. Věty jsou však uváděny v plném znění se všemi předpoklady; důkazy jsou buďto úplné, nebo je výslovně podotknuto, že bude naznačena jen hlavní myšlenka důkazu. Autoři se přidržují dnes již zastaralého pojetí matice jako schematu čísel.

Po zavedení základních pojmů přecházejí autoři v druhé kapitole k nekonečným řadám matic, derivování a integrování matic. Popisují vlastnosti matic z diferenciálních operátorů; přednosti maticového počítání zejména vyniknou při použití těchto matic k provedení záměny proměnných. Autoři velmi pěkně ukazují na příkladu transformace Laplaceova operátoru do polárních souřadnic výhodu maticového zápisu.

Další oddíl knihy obsahuje teorii polynomiálních matic a kanonických tvarů. Zbytek knihy je věnován počítání s maticemi v pravém slova smyslu. Čtvrtá kapitola podává numerické metody k řešení systémů lineárních rovnic a stanovení vlastních hodnot matic. Další kapitoly jsou věnovány aplikacím maticového počtu v teorii lineárních diferenciálních rovnic. Poslední třetina knihy se zabývá otázkami mechaniky soustav. Po obecném úvodu, ve kterém jsou vyloženy Lagrangeovy a Hamiltonovy pohybové rovnice, soustřeďují se autoři na otázky kmitání, zejména letadlových konstrukcí.

Závěrem je možno říci, že se kniha nehodí jako učebnice teorie matic, že však je možno ji plně doporučiti všem těm, kteří se chtějí seznámiti s technikou počítání s maticemi a jejím využitím v dynamice a v oscilačních úlohách.

Vlastimil Pták, Praha

F. Jurga: **Nomografie a iné grafické metódy.** Vydalo Slov. vyd. techn. lit., Bratislava 1958, váz. Kčs 22,90, 288 str., 266 obr.

Kniha je věnována grafickým početním metodám. Prvá část se zabývá grafickou aritmetikou a algebrou, metodami sestrojení grafů funkcí a stupnic, a konečně grafickými papíry. Ve druhé části probírají se nomogramy, a to průsečíkové, spojnicové, hexagonální a některé nomogramy více než tří proměnných. Konstrukce nomogramů jsou provedeny pro tradiční kanonické typy zobrazovaných vztahů. Poslední část knihy obsahuje základy grafické analysy. [Podrobnější recensi nalezne čtenář v časopise „Aplikace matematiky“ *4* (1959).]

Svým zaměřením je kniha určena především studentům vysokých škol technických a technikům v praxi. K tomuto cíli je zaměřeno zpracování a pojetí probíraných otázek.

Václav Doležal, Praha

Gabriel Čeněk: **Perspektiva pre výtvarníkov.** Slovenské vydavateľstvo krásnej literatúry, Bratislava, 1957, 1. vyd., náklad 3900 výt., str. 234, obr. 280, tab. XV, cena Kčs 20,80 váz.

V této knize, která vyšla až po předčasném úmrtí autora, jsou nejdříve vyloženy na názorných obrázcích základní pojmy středového promítání, tj. průměty bodů, přímek a rovin, a ukázáno, za jakých podmínek se toto obecné středové promítání stává perspektivním promítáním. Zvláště je upozorněno na nutnost zachování požadavku kolinearity (tj. zobrazení přímky do přímky) a konformity (tj. požadavku o zorných úhlech úseček), které platí, jak bylo zjištěno počtem, jen pro body uvnitř zobrazovacího kužele perspektivního promítání o vrcholu ve středu promítání a s řídicí kružnicí o poloměru rovném třetině distance, která je soustředná s distanční kružnicí.

Největší část knihy je věnována rovnoběžnému promítání, z něhož jsou uvedeny nejen zcela základní vlastnosti (podobně jako v úvodu pro středové promítání příp. lineární perspektivu), ale též vlastnosti pro průmět rovinného obrazce, plochy a křivky na ploše. Z používaných způsobů rovnoběžného promítání je proveden výklad pro kosoúhlou axonometrii (v knize se toto promítání nazývá volným rovnoběžným promítáním), v němž jsou provedeny vedle základních úloh polohy také ty metrické úlohy, které lze odvodit z průmětu kružnice. Vedle příkladů na úlohy polohy jsou ukázány též příklady na sestrojení průmětu rotačního kužele příp. válce (s kruhovou podstavou v některé rovině osového Pohlkeova trojhranu) a průmět plochy kulové, kde požadavek, aby zdánlivým obrysem byla kružnice, je úvodem k pravoúhlé axonometrii (v knize zvané jen pravoúhlým promítáním). Základem pro konstrukce v tomto promítání je elipsa jako průmět určité kružnice. P-trojhran je tu stanoven dvěma sdruženými poloprůměry elipsy a přímkou kolmou k hlavní ose dané elipsy. V tomto druhu pravoúhlého promítání je podrobně probrán průmět plochy kulové (i s kružnicemi položenými na ploše), rotační válec a kužel příp. pravidelný hranol a jehlan, jejich některé průniky (při čemž osy těles jsou ve zvláštních polohách vzhledem k rovinám osového P-trojhranu); při průmětu rotační plochy jsou připomenuty chyby, kterých se může případně výtvarník dopustit z neznalosti vlastností průmětu rotační plochy. Tato část končí průmětem šroubovice a některých v praxi užívaných šroubových ploch.

V dalším odstavci je ukázáno, jak se provede rovnoběžné osvětlení tělesa (tj. jak se určí mez vlastního i vrženého stínu), zejména osvětlení válcových a kuželových ploch, skupin utvořených z těchto ploch (jejich osy jsou opět ve zvláštní poloze k osám P-trojhranu), pak též osvětlení kulové plochy; při stanovení meze vlastního (příp. vrženého) stínu pro rotační plochy je užito tzv. kuželové metody (tj. dotykových tečných kuželových ploch podél rovnoběžkových kružnic, které pro rovník nebo hrdlo přecházejí v plochy válcové). Osvětlení těles je velmi složitou záležitostí, chce-li výtvarník ještě také vystihnout rozdíl intensity osvětlené části tělesa či stanoveného stínu na tělese.

Po těchto vsunutých částech se autor vrací k vlastnímu výkladu o lineární perspektivě a to nejdříve k promítání přímek a obrazců v základní (vodorovné) rovině na svislou průmětnu. Po odvození konstrukce skutečné velikosti úsečky pomocí dělicího bodu a výšek na svislicích v bodech základní roviny je sestrojen průmět čtverce v základní rovině (v průčelné i neprůčelné poloze), dále ve vertikální a též v libovolně položené rovině. Při stanovení průmětu plochy kulové příp. rotační plochy (se svislou osou rotace) se užívá průmětů rovnoběžkových kružnic a pomocných meridiánů (koincidenční trojice); obdobně je učiněno pro průmět šroubovice a plochy šroubové. Pro svoji důležitost v praxi architekta a návrháře exteriérů nebo interiérů je ukázáno stanovení osvětlení těles (rovnoběžné, středové i tzv. nepřímé osvětlení při interiéru) a zrcadlení v rovinném zrcadle (vodorovném, svislém i libovolně skloněném). Teprve po těchto výkladech jsou stručně ukázány základní metody sestrojování perspektiv, ačkoliv řada konstrukcí byla provedena již dříve. Při tom je použito v průsečné metodě důsledně pomocného Mongeova promítání, jehož pomoc není již tak patrna při vyložené metodě vrstevnicové a dvojúběžníkové. Rovněž je uvedeno, jakým způsobem se sestrojí ve výtvarné praxi dosti často se vyskytující perspektiva na libovolně nakloněné rovině příp. na válcové ploše.

V závěru knihy jsou stručně uvedeny zásady konstrukce *reliéfu*, tj. nahrazení skutečného prostoru jiným tak, že při jejich současném pozorování nehybným okem vzniká týž dojem. K sestrojení lze použít pomocného Mongeova promítání (jako při průsečné metodě v lineární perspektivě) nebo věty Gournerіho, používající pomocného perspektivního průmětu. Speciální volbou středu reliéfního promítání v nevlastním bodě se dostane tzv. afinní reliéf.

Způsob výkladu v této knize je veden tak, aby byl srozumitelný všem těm, kterým je kniha určena, tj. především výtvarníkům a pracovníkům těch odvětví (reklama, výstavnictví apod.), kteří se při svém zaměstnání setkávají s problémy lineární perspektivy. Přes toto zřejmě populární zaměření je výklad proveden s takovou přesností, která neodrazuje od dalšího čtení knihy, ale případným odvoláním na jiné knihy může podnítit čtenáře k dalšímu a hlubšímu studiu problémů perspektivního zobrazování. Tomuto účelu výborně slouží téměř všechny obrázky v knize, které jsou pěkně připravené a vhodně vybrané (nejsou většinou nijak jednoduché) pro publikaci tohoto druhu. Zaráží však různá síla výsledných čar, která měla být zachována stejná u všech obrázků (jak pěkně v tomto směru působí často v textu citovaná velmi dobrá kniha K. Bartela: Perspektywa malarska I a II). Tento nedostatek je pravděpodobně důsledkem většího počtu autorů, jejichž obrázků bylo použito. Doposud značným nedostatkem (typickým pro slovenské knihy vydané v poslední době) je popis v obrázcích, který je často naprosto nečitelný, a proto zvláště v této jinak pěkné knize velmi rušícím prvkem. Rovněž několik obrázků kreslených od ruky ruší celkový dojem z obrázků vytažených pravítky a křivítky. Značný počet obrázků k jednotlivým odstavcům nebylo možno umístit tak, aby se při porovnávání čteného textu s obrázkem nemuselo někdy obracet (v knize většinou dopředu); rozvržení textu a obrázků bylo by snad možné provést tak, aby toto obracení nezasahovalo současně několik listů.

V knize je stále používán P-trojhran levotočivý, ačkoliv dnes je (v matematice i deskriptivní geometrii) používanější pravotočivý trojhran. Rovněž měla být zvlášť vytčena metoda distančníků (v podstatě je v knize vyložena) a ukázána její úprava při redukci distance. Kniha je doplněna obrázky na tabulkách za textem; při tom je k tabulkám připojen vysvětlující popis konstrukce obrazu, která je často znovu provedena ještě jednou na další tabulce. Nakonec je třeba zdůraznit, že přes několik drobných chyb nerušících nikterak celý smysl výkladu (až snad na to, že na str. 200 se tvrdí, že v Praze na Petříně je panoramatický obraz Maroldovy Bitvy u Lipan, který je umístěn ve Stromovce, kdežto na Petříně je diorama Hájení kamenného mostu od Liebschera), je kniha sepsána takovým způsobem, že ji lze doporučit nejen každému studujícímu výtvarných umění příp. umělecko-průmyslových škol, ale i absolventům dnešních jedenáctiletých středních škol, kterým přečtení knihy ukáže, jak správně sestrojovat názorné obrázky daných těles, a tím jim i pomůže při zvyšování smyslu pro představivost, která u mnohých z nich není na takové úrovni, jaká by měla být.

Karel Drábek, Praha

DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

K. Hruša, E. Kraemer, J. Sedláček, J. Vyšín, R. Zelinka: **Přehled elementární matematiky.** Druhé revidované vydání. Praha 1958, Státní nakladatelství technické literatury, str. 500, obr. 503, cena Kčs 36,50.

Upozorňujeme čtenáře na toto nové revidované vydání uvedené příručky, která vyšla po roce od vyjití prvního vydání. Recensi prvního vydání najde čtenář v Časopise pro pěstování matematiky *83* (1958), 495—497.

*

Ústav matematických strojů ČSAV: **Stroje na zpracování informací,** Sborník VI. Nakladatelství ČSAV, Praha 1958, stran 328, obr. 179, jedna tabulka, cena Kčs 30,50.

Tento nový svazek Sborníku shrnuje výsledky výzkumu v oboru matematických strojů u nás za rok 1957 a obsahuje 17 článků, každý se dvěma résumé, a tři referáty, celkem od 22 autorů.

Redakce