Časopis pro pěstování matematiky

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 92 (1967), No. 3, 360--365

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108393

RECENSE

Günter Pickert: EBENE INZIDENZGEOMETRIE, Otto Salle Verlag, Frankfurt am Main—Hamburg 1958, vyšlo jako osmý sešit sbírky „Schriftreihe zur Mathematik"; 92 stran, 14 obrazců.

Jde o spis napsaný s úmyslem vyložit podstatu deduktivní metody na jednoduché axiomatické soustavě rovinné incidenční geometrie. Jak je popsáno v Úvodu, nepřímý podnět ke vzniku spisu dal autorovi posluchač filosofie, který se na něj obrátil o pomoc při přípravě svého seminárního výstupu o Spinozovi: posluchačovi šlo o objasnění metody „more geometrico". Pickertova knížka je vlastně odpovědí na tuto otázku. Vzhledem k tomu, že soustava axiomů rovinné incidenční geometrie je zvláště jednoduchá (je nesporně jednodušší než soustava axiomů eukleidovské geometrie anebo Peanova soustava axiomů pro přirozená čísla), je pro předvedení deduktivní metody velmi vhodná.

Autorův výklad je veden s neobyčejným vkusem i citem pro demonstraci matematické přesnosti a demonstraci jednotlivých logických obratů na zvoleném objektu. A tak jsou zde logická pravidla uplatňována nejprve přímo v akci, aby posléze v závěrečné páté kapitole byla rozebrána sama o sobě (takže pátá kapitola je úvodem do vlastní formální logiky). Autor je přední světový odborník v současné problematice algebraických a topologických metod základů geometrie a též v problematice matematické metodologie. Jeho výklad je vrcholně znaleckým pohledem na věc, takže je požitkem knížku číst. Domnívám se však, že přes elementárnost obsahu knížky nelze její četbu označit za záležitost elementární (či dokonce rekreační). Spis je na čtenáře poněkud náročný.

V první kapitole je studována rovinná afinní incidenční geometrie: je uveden příslušný systém, axiomů s primitivními pojmy *bod, přímka* a *incidence,* popsáno spojování bodů a protínání přímek, zavedena rovnoběžnost, zkoumán minimální počet bodů a přímek; dále se hovoří o důkazu bezespornosti užitím modelů, o isomorfismu mezi modely, o úplnosti a nezávislosti. V druhé kapitole se obdobně studuje rovinná projektivní incidenční geometrie, kdežto třetí kapitola je věnována konečným afinním rovinám: jde zde o ortogonální latinské čtverce a jejich souvislosti s konečnými afinními rovinami a o konečné afinní roviny s nejvýše čtyřmi body na přímce. Ve čtvrté kapitole se za předpokladu platnosti Desarguesovy věty studují homotetie a translace a zavádí se souřadnicový systém; sčítání a násobení souřadnic zavede se vpodstatě užitím Hallovy metody a po odvození příslušných algebraických zákonů jsou na závěr uvedeny souvislosti s pojmem nekomutativního a komutativního tělesa a analytickou geometrií. Připojme poznámku, že sám pojem rovinné incidenční geometrie (afinní i projektivní) spadá pod obecnější pojem „*incidenční geometrie*", kde se vychází opět ze dvou množin B, P (množiny *bodů* a množiny *přímek*) a binární relace $I \subset B \times P$ (*incidenční relace*), splňující vhodnou další podmínku, kupř. $b_i I p_j$ pro $i, j = 1,2$ $\Rightarrow b_1 = b_2$ nebo $p_1 = p_2$ anebo některou podmínku slabší.

Pátá kapitola je, jak již bylo řečeno, úvodem do formální logiky (i když si autor zde nečiní nároků na úplnější výklad a spíše provádí vhodný výběr látky, aby nepřekročil vytčený rámec stručnosti). Po úvodních poznámkách filosofického rázu s případnou citací z Goethova Fausta (jde o Mefistovy úvahy o collegiu logicu) je rozebrán pojem konjunkce, disjunkce a implikace a pojem negace, dále pak se přejde k (volným a vázaným) logickým proměnným a k predikátovému kalkulu. Vše je podáno originálně, bez zdůrazňování formalismu jsou studovány různé logické figury (kupř. pravidlo „exportace" a „importace", „tertium non datur", pravidlo nepřímého důkazu ap.) s ukázkami intuicionistických postupů. Pojem rovnosti pokládá autor za spojení logické a vyšetřuje tedy pravidla pro rovnost v rámci pravidel logiky. Následuje zajímavý výklad o definici (definiens a definiendum, Russelova „definition in use" a „definice popisem"), poznámky k pojmu množiny a množinovým operacím, k pojmu binární relace a pojmu funkce. Zde poukažme též na článek *G. Pickert:* Der Mengen- und Funktionsbegriff in der Anfängervorlesung, Math. Phys. Semesterberichte *5* (1956), 71—79, resp. na článek *G. Pickert:* Fragen der mathematischen Syntax im Unterricht, Intern. Symp. on the Coord. of Instr. in Math. and Phys., Belgrade 1962, 87—92. Úplně na závěr hovoří autor o syntaktickém a sémantickém odvození v souvislosti s Gödelovou větou o existenci modelu ke každému bezespornému systému axiomů.

Václav Havel, Brno

Rafael Artzy: LINEAR GEOMETRY, Addison-Wesley, Reading—Massachusetts 1965 ix + 273 stran, 52 obrazců. Vyšlo v knižnici „Addison-Wesley Series in Mathematics", redigované L. H. Loomisem.

Autor je profesorem matematiky na State University of Rutgers (USA) a je význačným odborníkem v geometrické algebře a specialistou v teorii abstraktních tkání. Recensovaná kniha je vysokoškolskou učebnicí „lineární" geometrie; tato disciplina má podle koncepce z Úvodu při universitní výuce plný nárok na samostatnost.

První kapitola zabývá se studiem transformací a transformačních grup eukleidovské roviny, a to užitím Gaussovy roviny komplexních čísel. Potřebné algebraické pojmy jsou průběžně zaváděny v té míře, v jaké se při výkladu potřebují. Je též vyšetřen Poincarého model hyperbolické roviny a její transformační grupa. Druhá kapitola začíná rekapitulací pojmů o vektorových prostorech konečné dimense nad obecným tělesem, o lineárních transformacích vektorových prostorů, determinantech a o duálním vektorovém prostoru. Následuje výklad afinní a eukleidovské geometrie včetně kvadratických útvarů (při omezení na dimensi 2 resp. 3). Je též zařazen paragraf o konečných afinních rovinách. Třetí kapitola jedná o projektivní a neeukleidovské geometrii při kombinaci analytické a syntetické metody. Vychází se opět z obecného tělesa, jsou zavedeny projektivní souřadnice, vyšetřen pojem dvojpoměru, studovány projektivity, kuželosečky, korelace a polarity při demensi 2. Konečně je zkoumán Cayley-Kleinův model neeukleidovských geometrií. Na závěr kapitoly je užit prostor kvaternionů k representaci eliptického trojrozměrného prostoru, zatímco pojmu Cayley-Dicksonovy divisionální algebry a teorémům Hurwitzovu (o výčtu všech unitárních normovaných algeber konečné hodnosti nad reálnými čísly), Frobeniovu (o výčtu všech alternativních divisionálních algeber konečné hodnosti nad reálnými čísly) a Bruck-Ryserovu (o neexistenci jistých konečných projektivních rovin) je věnována jen zmínka.

Tyto tři kapitoly tvoří podle autorových slov z Úvodu celoroční pensum běžného kursu pro mladší i starší studenty; při jejich lepší algebraické vybavenosti je do celoroční náplně zařazována i následující kapitola čtvrtá, která je jinak přednášena odděleně. V ní se vykládá axiomatická rovinná geometrie v podání navazujícím na Halla, Brucka, Pickerta a další. Toto podání liší se od Hilbertova standartu známého z jeho díla „Grundlagen der Geometrie" prohloubením tématiky: různé geometrie vyskytující se u Hilberta v podobě protipříkladů jsou povýšeny na vlastní předmět studia. Přitom jde především o obecné nedesarguesovské geometrie. Koordinatisace takových „rudimentárních" rovin (u nichž se splnění jiných axiomů než incidenčních nežádá) je provedena Hallovou metodou ternárních okruhů. V rámci koordinatisace si autor všímá trojtkání a jejich „souřadnicových" lup v souvislosti s jejich úlohou při zavedení odvozeného sčítání a násobení v ternárních okruzích. Dodatečnými požadavky kladenými na rudimentární rovinu dochází se k rovinám Veblen-Wedderburnovým (neboli translačním), k rovinám Moufangové, k desarguesovským a k pappovským rovinám. Jsou zkoumány různé konfigurační podmínky a jejich algebraické ekvivalenty, jakož i kolineace v jednotlivých typech rovin. Po zavedení pojmu oddělování a uspořádání se postupně dojde až k reálné rovině. Je prokázána ekvivalence mezi Cayley-

Kleinovým a Poincaréovým modelem hyperbolické roviny. Závěrečné poznámky týkají se historie vzniku neeukleidovských geometrií a současného stavu prohlubování klasické Hilbertovy fundace geometrie.

Na konci každé kapitoly je uveden výběr učebnic a kompendií týkajících se vyložené látky, vždy s charakteristikou v několika slovech. Kniha končí soupisem označení, axiomů a zavedených grup a indexem (str. 261—273).

Autor dovedl dát knize jednotný charakter. Výklad je místy až zcela elementární, avšak po mém soudu dostatečně „moderní". Některé hlubší teorémy jsou uvedeny okrajově bez důkazů. Učebnice tedy výborně splňuje své poslání poskytnout první úvod do pojmů a výsledků „rovné" geometrie. Pokud jde o novější výsledky z axiomatické geometrie rudimentárních rovin, neexistoval dosud kromě přehledného článku Bruckova (Amer. Math. Monthly *62*, 2, 1955) elementární výklad, takže čtvrtá kapitola knihy se dá pokládat za průkopnickou. Při zvolené koncepci je v učebnici vykládaná „rovná" geometrie spjata pouze s algebraickými vlastnostmi těles resp. ternárních okruhů a jen na některých místech se dochází k topologickým souvislostem. Přesto však výkladový přechod k difeotopologickým strukturám může následovat zcela plynule, kupř. tak jak je to provedeno ve známé učebnici Auslandera a Mackenzieho (Introduction to Differentiable Manifolds, Mc Graw-Hill Book Company, Inc., New York—San Francisco—Toronto—London 1963). Stálo by snad zato vzít knihy toho typu jako je učebnice Artzyho v úvahu při apologii zachování základních kursů geometrie na našich universitách.

Václav Havel, Brno

M. E. Munroe: INTRODUCTORY REAL ANALYSIS. Addison-Wesley Publishing Company, INC., Reading, Massachusetts, U.S.A. 1965, 198 stran, obr. 31, cena $ 8.50.

Recensovaná kniha je další z řady knih prof. M. E. Munroe, které jsou vydány v edici Addison-Wesley Series in Mathematics. Podobně jako jeho dřívější knihy vyniká jasným slohem a maximální snahou usnadnit čtenáři dokonalé pochopení látky.

Prvých šest kapitol knihy obsahuje základy teorie funkcí reálné proměnné. Autor vychází z elementárních logických pojmů a základů teorie množin (kapitola 1). V druhé kapitole pojednává o reálných číslech. Zavádí pojem tělesa, uspořádaného a archimedovsky uspořádaného a úplného tělesa, suprema a infima množiny čísel. Na závěr uvádí Bolzano-Weierstrassovu větu. Následující — třetí — kapitola obsahuje definici funkce, limity funkce, limes superior a inferior, posloupnosti (Cauchyova podmínka) a základní vlastnosti spojitých funkcí. V posledním paragrafu této kapitoly je dokázána ekvivalence věty o supremu s některými známými základními větami. Ve čtvrté kapitole jsou obsaženy základní definice a věty o řadách (srovnávací a podílové kriterium, parciální sumace, Leibnitzovo kriterium, přerovnávání a násobení řad.).

Další dvě kapitoly nemají už tak elementární charakter. Pátá kapitola je věnována základům teorie metrických prostorů (kompaktnost, separabilita, úplnost, husté a dokonalé množiny, množiny prvé kategorie). Pro ilustraci jsou probrány vlastnosti základních známých metrických prostorů (v označení u nás obvyklém E_n, $C(0,1)$, $M(0,1)$, m, s, l_2, Hilbertův kvádr a Cantorovo diskontinuum). Šestá kapitola obsahuje studium stejnoměrnosti. Autor vychází nejprve z kartézského součinu dvou metrických prostorů a rozebírá rozdíl mezi limitou dvojnou a postupnou. Na základě toho definuje stejnoměrnou limitu, stejnoměrně Cauchyovskou posloupnost, stejnoměrnou konvergenci řad (spolu s uvedením obvyklých kriterií) a stejnoměrnou spojitost. Přechází potom k (Moore-Osgoodově) větě o záměně limitních přechodů při zobrazení do úplného metrického prostoru. Jakýmsi vyvrcholením celé knihy jsou poslední dva paragrafy této kapitoly, obsahující Osgoodovu větu o limitě posloupnosti spojitých funkcí na úplném metrickém prostoru, věty Diniho, Askoliho a větu Stone-Weierstrassovu.

Poslední — sedmá — kapitola se svým charakterem odlišuje od předchozích. Obsahuje důkazy základních vět o derivaci funkcí jedné i dvou reálných proměnných (Rolleova věta, věta o střední hodnotě, Taylorova věta), základní věty o n-rozměrných varietách, větu o implicitních funkcích, diferenciály a integrály (definice Riemannova integrálu, množiny Lebesgueovy míry nula a věta o existenci Riemannova integrálu). Na závěr jsou zavedeny integrály křivkové a plošné (Stookesova věta).

Z uvedeného výčtu je i vidět, že prvých šest kapitol obsahuje — dle autorových vlastních slov — anatomii pojmu limity. Poslední kapitola (nazvaná případně Calculus) obsahuje důkazy, které nebyly pojaty do autorovy dřívější knihy Modern Multidimensional Calculus a současně ukazuje jisté použití výsledků prvých šesti kapitol. Proto také tato kapitola nemá přirozeně vůbec vyčerpávající ráz, není psaná již s takovou podrobností a některé důkazy jsou pouze naznačeny.

Celkem lze říci, že recensovaná kniha je zajímavým pokusem (zajímavým zejména výběrem a uspořádáním látky) o výklad základních pojmů. Je určena především pro čtenáře, který se chce seznámit s logicky přesnou výstavbou této části matematiky. Důkazy jsou formulovány jasně a stručně. K ulehčení studia zavádí autor řadu vhodných označení. Každý paragraf je ukončen řadou pozorně zvolených cvičení, které vhodným způsobem doplňují a rozšiřují probíranou látku. Kniha je vypravena pečlivě bez patrných nedostatků.

Břetislav Novák, Praha

Rudolf Piska, Václav Medek: DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE II. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1966, 1. vyd., nákl. 5200 výt., str. 316, obr. 315, cena Kčs 22,— váz.

Obsahem druhého dílu celostátní učebnice deskritptivní geometrie pro stavební fakulty[1]), který je rozdělen do osmi částí, je vytvoření a vlastnosti křivek a ploch s některými technickými aplikacemi. Číslování částí, kapitol a odstavců navazuje průběžně na první díl knihy.

Všimneme si stručně obsahu jednotlivých částí.

Nejdříve jsou uvedeny některé základní vlastnosti rovinných a prostorových čar, využité pak při zobrazení šroubovice. Po obecných vlastnostech ploch jsou probrány rotační plochy — vytvoření, vlastnosti a jejich použití. Výsledků je využito při výkladu o rotačních kvadrikách, kdy je zvlášť uveden rotační zborcený hyperboloid se svými vlastnostmi a příklady z praxe. Nerotační plochy druhého stupně jsou vytvořeny afinitou v prostoru, s výjimkou hyperbolického paraboloidu, který je odvozen z rotačního hyperboloidu pomocí kolineace v prostoru. V uvedených aplikacích není správná citace na str. 108.

V další části je nejdříve zmínka o základech přímkové geometrie a pak jsou probrány rozvinutelné a po nich zborcené plochy. Vždy jsou uvedeny základní vlastnosti ploch plynoucí z jejich vytvoření, zvláště pak konstrukce tečné roviny v daném bodě plochy. U zborcených ploch jsou pak důsledkem těchto konstrukcí vlastnosti strikční čáry a parametru distribuce, které na mnohých fakultách nebyly dříve pro nedostatek času probírány. Speciální zborcené plochy jsou většinou uváděny příkladem, který má praktické použití.

Ze šroubových ploch jsou znovu probrány vlastnosti rozvinutelné a zborcené šroubové plochy a cyklické šroubové plochy. Z ploch technické praxe pak vytvoření a základní vlastnosti translačních ploch, klínové plochy, součtové a obalové plochy.

Následuje velmi pěkná část s doplňky k teorii ploch, kdy se čtenář seznámí s některými větami diferenciální geometrie (věta Eulerova, Meusnierova) a jejich důsledky a použitím v deskriptivní geometrii.

V tomto dílu je vyložen jediný promítací způsob a to kótované promítání a jeho použití při teoretickém řešení střech a v topografických plochách.

---

[1]) Recenze prvního dílu učebnice byla uveřejněna v tomto časopise roč. *92* (1967) na str. 116—117.

Výklad v knize je ukončen aplikací deskriptivní geometrie ve stereotomii (kamenořezu). Tato část aplikací deskriptivní geometrie byla dříve velmi pěstována, stále větší použití betonu ve stavebnictví však vytlačuje její použití, takže dnes jen některé stavby, zvláště pokud je v blízkosti vhodný kámen, se provádějí z tesaného kamene podle zásad stereotomie.

Je nepochopitelné, proč byly vynechány, ač už napsané, některé části z aplikací geometrie, zejména základy kartografie a konstruktivní fotogrammetrie. Stránkový rozsah nemohl přec tuto okolnost ovlivnit, neboť druhý díl má méně stran než první.

Rovněž v tomto dílu je vedle mnoha řešených úloh přímo v textu připojena řada velmi pěkných cvičení. Přitom bude vhodné v dalším vydání učebnice opatřit většinu příkladů, i řešených v průběhu výkladu, kótami, aby byl zaručen vhodný výsledek řešené úlohy.

Jinak je potěšitelné, že pravděpodobně vlivem nedobré situace v prvním díle, byly korektury v tomto dílu provedeny velmi pečlivě. Až na několik drobných nedopatření, s výjimkou nesrozumitelné věty v odst. 123.2, může být každý čtenář spokojen. Také obrázky, jinak velmi pěkně provedené, působí mnohem příznivěji než v prvním dílu, neboť tloušťka výsledných čar je přiměřenější síle popisu.

Tento druhý díl učebnice v koncepci spojení analytické geometrie s deskriptivní, je velmi pěknou a užitečnou knihou. Pro mnoho našich studentů bude však poměrně obtížnou učebnicí, zejména pak pro studenty při zaměstnání. Bude proto záležet na učiteli, aby provedl výběr v látce vzhledem ke studovanému směru a aby neustále sledoval práci studenta s knihou.

Karel Drábek, Praha

FESTBAND ZUM 70. GEBURSTAG VON ROLF NEVANLINNA. Herausgegeben von H. P. Künzi und A. Pfluger. Springer Verlag, Berlin, Heildelberg, New York, 1966, str. 149.

Ve dnech 4. až 6. 9. 1965 se konalo na universitě v Curychu mezinárodní kolokvium k oslavě 70-tých narozenin vynikajícího finského matematika R. Nevanlinny, tvůrce proslulé teorie rozložení hodnot meromorfních funkcí.

Recenzovaná kniha přináší text třinácti přednášek, přednesených na tomto kolokviu, doplněný Nevanlinnovým životopisem (H. P. Künzi a I. S. Louhivaara) a úplným seznamem jeho prací (I. S. Louhivaara). Přednášky se týkají buď přímo teorie funkcí komplexní proměnné nebo těch partií analýzy, v nichž se jejich metod užívá, nebo konečně některých partií funkcionální analýzy, do nichž R. Nevanlinna průkopnickým způsobem zasáhl. Všimněme si jen velmi stručně jejich problematiky. V přednášce L. V. AHLFORSE „*Kleinovy grupy v rovině a v prostoru*" se studují Kleinovy grupy Möbiusových transformací v prostoru v analogii pro lineární transformace v komplexní rovině. Přednáška má charakter badatelského programu a jsou tu odhaleny nečekané souvislosti studované teorie např. s kvasikonformními zobrazeními nebo s rovnicemi rovnováhy pro pružné deformace v prostoru. O. LEHTO referuje v práci „*Homeomorfní řešení Beltramiho diferenciální rovnice*" o některých nových metodách užitých k důkazu jejich existence a ke studiu jejich vlastností. K. STREBEL podává v práci „*O kvadratických diferenciálech s uzavřenými trajektoriemi a extremálních kvasikonformních zobrazeních*" novou metodu k důkazu Teichmüllerovy věty o struktuře extremálních kvasikonformních zobrazení kompaktních Riemannových ploch, která nepoužívá metod reálné analýzy (jako všechny dosud známé důkazy). Práce W. K. HAYMANA „*Nevanlinnova charakteristika meromorfních funkcí a jejich integrálů*" je věnována studiu vztahů mezi řádem růstu Nevanlinnovy charakteristiky funkce a její derivace a konstrukci příkladů funkcí, připouštějících jisté výjimečné množiny. H. WITTICH studuje v práci „*O charakterizaci lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty*" pomocí Nevanlinnovy teorie rozložení hodnot tento problém: Je dán lineární diferenciální homogenní operátor n-tého řádu

$$L_n(w) = w^{(n)} + a_{n-1}(z)\, w^{(n-1)} + \ldots + a_1(z)\, w' + a_0(z)\, w\,, \quad a_0(z) \not\equiv 0\,,$$

s celistvými koeficienty. Jaké vlastnosti celistvých řešení rovnice $L_n(w) = 0$ zaručují, že L_n je operátor s konstantními koeficienty. V práci M. HEINSE „*Vlastnosti maximality Hardyho tříd*" jde zhruba o tento problém (problém je studován na Riemannových plochách, pro jednoduchost uvádíme zde formulaci pro jednotkový kruh): Je dána třída D funkcí z $L_p(\Gamma)$ (Γ — jednotková kružnice), s jistými algebraickými vlastnostmi, obsahující třídu $H_p^*(\Gamma)$ všech funkcí z $L_p(\Gamma)$, jež jsou hraničními hodnotami holomorfních funkcí z Hardyho třídy H_p. Za jakých podmínek o D platí $D = H_p^*(\Gamma)$? A. STEINER řeší v práci „*Jednostranná nekonečná Fourierova transformace a dvě třídy kvasianalytických funkcí*" tento problém: Budiž Δ (omezený či neomezný) interval na reálné ose, budiž $f \in L_2(\Delta)$. Jest najít nutné a postačující podmínky na f, aby f skoro všude na Δ splývala s hraniční hodnotou nějaké funkce $g(z)$ holomorfní v horní (dolní) polorovině, patřící do Hardyho třídy H_2 v horní (dolní) polorovině, a sestrojit pomocí f příslušnou funkci g. Práce A. HUBERA „*O vyjádření úplných otevřených ploch pomocí konformních metrik*" je shrnující referát o diferenciálně geometrických vlastnostech „v celém" ploch, studovaných pomocí funkčně teoretických metod. H. HUBER dokazuje v práci „*O konformním modulu jistých prstencových oblastí*" nerovnost, zjemňující nerovnost, kterou dokázali Pólya a Szegö. J. HERSCH odvozuje v práci „*Užití konformního zobrazení na isoperimetrické věty pro vlastní hodnoty*" pomocí metody „konformního prodloužení" isoperimetrické nerovnosti pro první vlastní číslo kmitající nehomogenní membrány v různých třídách rovinných oblastí. A. PFLUGER zobecňuje v práci „*Analytické funkce s operátorovými hodnotami a Juliovo lemma*" klasické Juliovo lemma na funkce komplexní proměnné jejichž hodnoty jsou operátory v daném Hilbertově prostoru H, a jež jsou holomorfní ve smyslu operátorové normy. V práci H. KELLERA „*O problémech vznikajících při zavadění diferencování v topologických vektorových prostorech*" je podán přehled o některých nových výsledcích teorie diferencování vektorových funkcí na lokálně konvexních topologických lineárních prostorech. V práci I. S. LOUHIVAARY „*Nové směry vývoje teorie lineárních prostorů s indefinitní bilineární formou*" jsou referovány některé nové výsledky z diferenciálně geometrické problematiky teorie Hilbertových prostorů, v nichž je dána indefinitní bilineární forma (nikoliv nutně hermitovská).

Všechny přednášky mají vysokou vědeckou úroveň a ve většině z nich jsou formulovány neřešené problémy, dávající podnět k dalšímu bádání. Kniha je tak důstojným darem velkému matematikovi k jeho životnímu jubileu.

Jaroslav Fuka, Praha

F. Tölke: PRAKTISCHE FUNKTIONENLEHRE, Dritter Band, Jacobische elliptische Funktionen, Legendresche Normalintegrale und spezielle Weierstrassche Zeta- und Sigma-Funktionen, Springer Verlag, Berlin, Heildelberg, New York, 1967; str. 180, 95 obr.

V tomto dílu Tölkeho kompendia je studováno 12 Jacobiho eliptických funkcí a jejich 6 logaritmických derivací, eliptické integrály prvního až třetího druhu v Legendreově a Jacobiho tvaru a konečně Weierstrassovy ζ — funkce a σ — funkce. Kniha představuje patrně ojedinělý podrobný soubor nejrůznějších vzorců pro tyto funkce a vztahy mezi nimi. Je koncipována s ohledem na požadavky výpočtové a konstrukční techniky a fyziky, kde se těchto funkcí používá. Představa, že by existovala formule pro tyto funkce, která má aplikaci ve shora uvedených vědách a není obsažena v některým ze vzorců 776 až 1082 knihy (z nichž každý se většinou skládá zhruba z 10 formulí) se zdá recenzentu absurdní. Kniha je skvěla graficky vypravena a 95 dokonalých obrázků přibližuje čtenáři průběh těchto funkcí.

Jaroslav Fuka, Praha