Časopis pro pěstování matematiky, roč. 83 (1958), Praha

REFERÁTY

PROBLÉM STABILITY ŘEŠENÍ ELIPTICKÝCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC (VZHLEDEM K MALÝM ZMĚNÁM DEFINIČNÍ OBLASTI)

(Referát o přednášce I. Babušky v matematické obci pražské dne 4. listopadu 1957)

Přednášející se nejprve stručně zabýval významem pěti základních problémů v souvislosti s diferenciálními rovnicemi matematické fysiky. Jsou to: a) existence řešení, b) unicita řešení, c) spojitá závislost řešení na okrajových podmínkách, d) spojitá závislost řešení na změně koeficientů rovnice, e) spojitá závislost řešení na změně definiční oblasti.

V přednášce bylo zdůrazněno, že poslední problém je právě tak důležitý jako problémy ostatní, při čemž však tyto otázky nejsou skoro vůbec studovány. S výjimkou práce M. V. Keldyše není přednášejícímu známo jiné podrobnější studium tohoto problému.

Definice 1. *Omezená oblast $\Omega \subset E_n$ byla nazvána normální oblastí, jestliže existuje posloupnost oblastí Ω_j, $j = 1, 2, \ldots$, taková, že $\Omega_{j+1} \subset \Omega_j$, $\bar{\Omega} \subset \Omega_j$, $\Omega = \bigcap \Omega_j$.*

Pro normální oblast Ω existuje vždy posloupnost oblastí $\Omega_j^{(i)}$, $i = 1, 2; j = 1, 2, \ldots$ takových, že $\bar{\Omega}_{j+1}^{(2)} \subset \Omega_j^{(2)}$, $\bar{\Omega} \subset \Omega_j^{(2)}$, $\bar{\Omega}_j^{(1)} \subset \Omega_{j+1}^{(1)}$, $\bar{\Omega}_j^{(1)} \subset \Omega$, $\Omega = \bigcup_{j=1}^{\infty} \Omega_j^{(1)} = \bigcap_{j=1}^{\infty} \Omega_j^{(2)}$, při čemž oblasti $\Omega_j^{(i)}$, $i = 1, 2; j = 1, 2, \ldots$, jsou sjednocením konečného počtu koulí; tyto oblasti jsou tedy regulární oblasti vůči řešení Dirichletova problému pro Laplaceovu rovnici.[1])

Dále byla vyslovena definice stabilní oblasti pro Laplaceův operátor podle Keldyše.

Definice 2. *Normální oblast $\Omega \subset E_n$ nazýváme stabilní, jestliže pro každou spojitou funkci f definovanou v E_n platí*

$$\lim_{n\to\infty} u_n^{(1)}(x) = \lim_{n\to\infty} u_n^{(2)}(x)\,, \quad x \in \Omega\,,$$

kde $u_n^{(i)}(x)$, $i = 1, 2$; $n = 1, 2, \ldots$, je řešení Dirichletova problému pro Laplaceovu rovnici na oblasti $\Omega_n^{(i)}$, když na hranici $\Omega_n^{(i)}$ nabývá funkce $u_n^{(i)}(x)$ téchže hodnot jako funkce f.

Lze ukázat, že existuje $\lim_{n\to\infty} u_n^{(i)}(x) = u^{(i)}(x)$, $i = 1, 2$, při čemž $u^{(i)}(x)$ je harmonická funkce; funkce $u^{(i)}(x)$ nezávisí na volbě systému oblastí $\Omega_n^{(i)}$ a na průběhu funkce mimo hranici oblasti Ω.

V přednášce byla zavedena nová definice stability, spočívající na funkcionálně analytickém základě a vycházející z problematiky variačních principů. Bylo ukázáno, že tato nová definice je ekvivalentní s definicí Keldyšovou.

Tato nová definice pak dovoluje zavést pojem stability pro obecný, lineární, samoadjungovaný, positivně definitní operátor.

[1]) Oblast Ω nazývá se *regulární oblastí,* jestliže pro každou spojitou funkci definovanou na hranici existuje řešení Dirichletova problému spojité na $\bar{\Omega}$ a nabývající na hranici Ω předepsaných hodnot.

Pak byly vysloveny některé postačující podmínky pro stabilitu oblasti. Uvedeme zde jen tu nejjednodušší:

Věta 1. *Každá hvězdicová oblast je stabilní oblastí pro každý lineární, samoadjungovaný, positivně definitní operátor.*

V další části přednášky byly naznačeny některé vlastnosti stabilních resp. nestabilních oblastí. Např. platí tyto věty:

Věta 2. *Oblast Ω je stabilní vůči obecnému eliptickému operátoru tehdy a jen tehdy, je-li stabilní vůči polyharmonickému operátoru stejného řádu.*[2])

Věta 3. *K polyharmonickému operátoru stupně p existuje v E_n vždy nestabilní oblast, je-li n dostatečně veliké.*

V závěru přednášky byla pak ještě vyslovena některá tvrzení o stabilitě jedné oblasti vůči operátorům různého řádu a byly naznačeny některé nejdůležitější otevřené a neřešené problémy.

Ivo Babuška, Praha

JEDNOZNAČNOST NĚKTERÝCH OKRAJOVÝCH ÚLOH PRO ROVNICE PARABOLICKÉHO TYPU

(Přednáška R. VÝBORNÉHO se konala v matematické obci pražské dne 2. prosince 1957)

Přednášející po krátkém historickém úvodu referoval o svých výsledcích, které jsou otištěny v DAH CCCP *117* (1957), 4, 563—565.

Rudolf Výborný, Praha

O INTEGRÁLNÍ STABILITĚ

(Referát o přednášce Ivo VRKOČE konané ve schůzi matematické obce pražské dne 6. ledna 1958.)

Aby vynikl význam nově zavedených pojmů stability, je třeba uvésti některé již dobře známé definice stability v chronologickém pořadí a jejich základní vztahy.

Nejdříve uvedu Ljapunovovu definici stability (v literatuře se často užívá názvu stejnoměrná stabilita). Budeme přitom uvažovat systém n diferenciálních rovnic, který zapíšeme vektorově

$$x = [x_1, \dots x_n]\,, \quad \|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\,,$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = X(t, x)\,, \quad X(t, 0) \equiv 0\,. \tag{1}$$

Z počátku budeme předpokládat, že pravé strany $X_i(t, x)$ jsou spojité v oblasti

$$t \geqq 0\,, \quad \|x\| \leqq a\,, \qquad a > 0\,. \tag{2}$$

[2]) Pojem obecného eliptického operátoru nebudeme zde přesně definovat.