

Břetislav Novák

Poznámka ke kvadratickým polynomům

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 80 (1955), No. 4, 486--487

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108228>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1955

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RŮZNÉ

POZNÁMKA KE KVADRATICKÝM POLYNOMŮM

Pan BĚTISLAV NOVÁK, Chrudim, upozorňuje redakci na jeden způsob konstrukce kvadratických polynomů, které nabývají mnoha prvočíselných hodnot.

Lze snadno udat všechny polynomy $ax^2 + bx + c$ (a, b, c celá), které pro všechna celá x nabývají jen hodnot tvaru $6m \pm 1$ (m celé). Čísla tohoto tvaru zřejmě nejsou dělitelná dvěma ani třemi; není-li tedy číslo tvaru $6m \pm 1$ prvočíslem, je dělitelné některým z čísel $5^2, 5 \cdot 7, 5 \cdot 11, \dots, 7^2, 7 \cdot 11, \dots$, což je mezi malými čísly jakási výjimka. Dá se ukázat (což autor provádí rozeznáváním různých případů), že polynom $ax^2 + bx + c$ (a, b, c celá) nabývá pro všechna celá x hodnot tvaru $6m \pm 1$ právě v těchto případech:

$$\begin{aligned} a = 3k & \quad (\text{resp. } a = 3k + 2), \quad a + b = 6l, \quad c = 6n + 1, \\ a = 3k + 1 & \quad (\text{resp. } a = 3k + 2), \quad a + b = 6l + 4, \quad c = 6n + 1, \\ a = 3k & \quad (\text{resp. } a = 3k + 1), \quad a + b = 6l, \quad c = 6n - 1, \\ a = 3k + 2 & \quad (\text{resp. } a = 3k + 1), \quad a + b = 6l + 2, \quad c = 6n - 1 \end{aligned}$$

(k, l, n celá).

Tím vysvětluje autor zajímavé vlastnosti polynomů, na které upozornila pí MARIE NOVÁKOVÁ (viz roč. 78 (1953) tohoto časopisu, str. 57—58). Je jasné, že tyto polynomy mají tvar, který uvádí p. B. Novák. Každé prvočíslo mimo 2 a 3 má totiž tvar $6m \pm 1$; nabývá-li nějaký polynom $ax^2 + bx + c$ (a, b, c celá) hodnot tvaru $6m \pm 1$ pro šest po sobě následujících celých čísel x , nabývá hodnot tvaru $6m \pm 1$ pro všechna celá x vůbec a má tedy popsany tvar.

Mimo to autor upozorňuje:

Pro $c = 2$,

$$\begin{aligned} a = 3k & \quad (\text{resp. } 3k + 1), \quad a + b = 6n + 3, \\ a = 3k + 1 & \quad (\text{resp. } 3k + 2), \quad a + b = 6n + 5, \end{aligned}$$

pro $c = -2$,

$$\begin{aligned} a = 3k & \quad (\text{resp. } 3k + 2), \quad a + b = 6n + 3, \\ a = 3k + 2 & \quad (\text{resp. } 3k + 1), \quad a + b = 6n + 1, \\ & \quad x \neq 2m \end{aligned}$$

a pro $c = \pm 3$,

$$a = 3k \text{ (resp. } 3k + 2), a + b = 6n + 2,$$

$$a = 3k \text{ (resp. } 3k + 1), a + b = 6n + 4,$$

$$x \neq 3m$$

má číslo $ax^2 + bx + c$ rovněž tvar $6m \pm 1$. (Přitom jsou k, m, n celá čísla.)