

Časopis pro pěstování matematiky

Vladimír Kořínek

Direktní součiny ve světle teorie kategorií [Výtah z přednášky A. G. Kuroše]

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 85 (1960), No. 1, 101--102

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108123>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Máme-li v nějaké kategorii zobrazení $\alpha : a \rightarrow b$ takové, že k němu existuje zobrazení $\beta : b \rightarrow a$ a platí

$$\alpha\beta = \varepsilon_a, \quad \beta\alpha = \varepsilon_b,$$

říkáme takovému zobrazení ekvivalence. V příkladě prvním jsou to prostá zobrazení jedné množiny na druhou, v příkladu druhém jsou to homeomorfismy a v příkladu třetím jsou to isomorfní zobrazení grupy na grupu.

Dále ukázal prof. Kuroš, jak se dá přenést do řeči kategorii pojem kartézského součinu množin, pojem direktního a volného součinu grup a ještě jiné pojmy, které se vyskytují při homomorfních zobrazeních grupy do grupy jako na příklad pojem jádra homomorfismu. Podle mínění prof. Kuroše je kategorie velmi důležitý pojem současné abstraktní algebry.

Zapsal *Vl. Kořínek*, Praha

DIREKTNÍ SOUČINY VE SVĚTLE TEORIE KATEGORIÍ

(Přednáška profesora A. G. KUROŠE konaná na veřejné schůzi algebraického semináře prof. VL. KOŘÍNKA na matematicko-fyzikální fakultě Karlovy university dne 25. září 1959)

Prof. Kuroš za své návštěvy v Praze měl ještě jednu přednášku a to na veřejné schůzi algebraického semináře profesora Kořínka. Týkala se pojmu direktního součinu ve světle teorie kategorií. Direktní součiny grup hrají velkou úlohu v teorii grup, direktní součty okruhů v teorii okruhů. Společně byla tato teorie vyšetřována tím, že byla přenesena do teorie modulárních svazů a tam byly vyšetřovány direktní rozklady jednotkového prvku. Již H. FITTING v letech třicátých použil pro studium direktních součinů grup rozkladových endomorfismů, tj. projekcí grupy na jednotlivé direktní faktory. Této metody užil při vyšetřování direktních součinů, jak pisatel těchto řádek, tak také přednášející, který vše formuloval v modulárním svazu. Teorie kategorií umožnila pak vyšetřovat tento okruh otázek ještě obecněji v řeči teorie kategorií. To učinil přednášející v práci *Прямые разложения в алгебраических категориях*, Труды Моск. мат. общ. 8, 1959, 391—412. Když tato teorie direktních součinů v kategoriích byla vypracována, ukázalo se, že je možno a účelno ještě ji celou přebudovat a vyjádřit vše bez pomoci kategorií, jen v tak zvaných polookruzích. To udělal žák prof. Kuroše A. CH. LIVŠIC v práci, která je v tisku. Polookruh je soustava s dvěma operacemi, sčítáním a násobením. Pro násobení tvoří polookruh asociativní pologrupu s jednotkovým prvkem. Sčítat se nedají libovolné prvky polookruhu. Součet existuje jen pro jisté, i nekonečné, množiny prvků nazvané sčítatelné. Součet, pokud existuje, je komutativní, tj. nezávisí na tom, jak sčítatelnou množinu uspořádáme, a jest též v jistém smyslu asociativní. Na tomto podkladě byla vybudována obecná teorie direktních součtů jednotkového prvku polookruhu. Z vět této teorie se pak specialisací dají odvodit věty o direktních součinech grup, direktních součtech okruhů a direktních rozkladech jednotkového prvku v modulárních svazech. Podle mínění prof. Kuroše je tím teorie direktních rozkladů v podstatě uzavřena.

V diskusi, která se po přednášce rozvinula, poznamenal pisatel těchto řádků, že již v třicátých letech H. Fitting vyšetřoval podobné polookruhy. Množina endomorfismů Abelovy grupy tvoří, jak známo, asociativní okruh. Jde-li však o grupu nekomutativní, pak nelze libovolně dva endomorfismy sčítat. To lze dělat jen tehdy, když obě podgrupy, na něž ty endomorfismy grupu zobrazují, jsou po prvcích záměnné. H. Fitting vyšetřoval proto polookruhy endomorfismů, v nichž součet byl definován jen pro ty dvojice endomorfismů, které splňují právě uvedenou podmínku. Nic však podstatně nového mu z toho nevyšlo. Prof. Kuroš vysvětlil, že příčina tkvěla v tom, že nedovedl vyjádřit v řeči polo-

okruhů vlastnost, že endomorfismus je normální. Normálním endomorfismem nazýváme takový endomorfismus, který je záměnný s každým vnitřním automorfismem grupy, či chcete-li, který převádí normální podgrupy grupy opět v normální podgrupy. Právě normální endomorfismy hrají při studiu direktních součinů grup významnou roli. Teprve teorie kategorií ukázala, jak je třeba tento pojem přenést do polookruhů. Vede to k pojmu normálního prvku (zobrazení), jehož definice je značně složitá a sotva by byla bez pomoci teorie kategorií nalezena. Jakmile však byl v polookruhu normální prvek definován, pak bylo možno z celé teorie kategorií vyloučit.

Zapsal Vl. Kořínek, Praha