

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 21 (1976), No. 4, 301–316

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103650>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1976

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENSE

TOPOLOGY AND ITS APPLICATIONS. Proceedings of a Conference held at Memorial University of Newfoundland, St. John's, Canada. Ed. by S. Thomeier. M. Dekker, New York 1975; 203 pp.

Jde o sborník konference konané v květnu 1973. Sborník obsahuje text přednášek, k nimž byli pozváni P. J. Hilton, E. Klein, A. Liulevicius a R. Thom, a stručný obsah, popř. abstrakty 18 přednesených sdělení. Z přednášek patří dvě (A. Liulevicius: Characteristic numbers, P. Hilton: Localization of nilpotent spaces) do oblasti algebraické topologie. Do této oblasti patří též většina sdělení, vyskytuje se však i jiná témata — analytické variety, Lieovy grupy transformací, některé otázky obecné topologie. Aplikací topologických pojmů mimo oblast matematiky se týká jedno sdělení (R. G. Lintz: Motion of a particle in a topological space; jde pouze o několikařádkový abstrakt, v němž se odkazuje na článek R. G. Lintz, V. Buonmano, The concept of differential equation in topological spaces and generalized mechanics, jenž má vyjít v J. Reine Angew. Math.).

To, co činí sborník zajímavým z hlediska aplikací, jsou Kleinova a Thomova hlavní přednášky. E. Klein, jenž je mj. autorem nedávno publikované knihy „Mathematical Methods in Theoretical Economics: Topological and Vector Space Foundations of Equilibrium Analysis“, věnoval svou přehlednou přednášku topologickým metodám v ekonomických disciplínách; fakticky však šlo ještě více o metody funkcionální analýzy. Základní model je běžný: konečný počet producentů a konzumentů, konečný počet druhů výrobků (popř. služeb atd.), konvexní množiny v  $R^n$  reprezentující souhrny možných programů (výrobních i konzumpčních), preference konzumpčních programů; vlastnické podíly nemusí, ale mohou být modelovány. Pak se přechází k složitějším modelům a méně bezprostřední interpretaci. Tak např. v jednom modelu se konečná množina konzumentů nahrazuje prostorem s mírou; ve shodě s tím se pak musí upravovat např. modelování vlastnických podílů atd. Pozornost je v přednášce zaměřena především na problematiku rovnovážných stavů. Bližší rozbor by vyžadoval příliš mnoho místa; proto uvedu pouze výčet některých použitých matematických pojmů a prostředků: horní polospojitosť, částečné uspořádání, měřitelná relace, součin  $\sigma$ -algeber, Radonova-Nikodymova věta, prostor omezených měřitelných funkcí, dualita topologických lineárních prostorů. Je ovšem otázkou, které z těchto pojmů jsou nezbytné při aplikacích na konkrétní problematiku; článek však ukazuje, že širší teoretický pohled na problematiku matematických modelů se v této oblasti neobejde bez relativně náročných matematických prostředků.

Nejpodnělnější a asi nejzávažnější z celého sborníku je přednáška R. Thoma Temporal evolution of catastrophes. Přitom je dosti diskutabilní, místy spekulativní a přes velmi živé podání (jde o nepatrně upravený magnetofonový záznam) poněkud neprůhledná. Tomu se asi nedalo vyhnout; podrobnější výklad najde čtenář z velké části v Thomově knize Stabilité structurelle et morphogénèse, Benjamin 1972, popř. v některých Thomových člancích. Vzhledem k závažnosti a poněkud nezvyklému charakteru těchto prací popíšeme základní obsah přednášky trochu podrobněji.

Velmi zhruba řečeno, jde o jistý konceptuální rámec pro modelování kvalitativních vývojových změn (příklady jsou čerpány mj. z embryologie), přičemž matematický základ tvoří pojmy glo-

balní matematické analýzy. Pojmovou soustavu lze — se značným zjednodušením a bez terminologie globální analýzy — popsat následujícím způsobem.

Názvu „katastrofa“ se používá v matematickém smyslu, byť poněkud vágním; tyto „katastrofy“ vyjadřují ovšem mnohem širší druh událostí než by byly „katastrofy“ v běžném smyslu. Jde zhruba o toto: je dán topologický prostor  $P$  a symetrická reflexivní relace  $\tau$  na  $P$ ; „ $x, y$  jsou v relaci  $\tau$ “ má znamenat, že uvažované kvalitativní vlastnosti bodů  $x, y$  jsou stejné. Ty body prostoru  $P$ , v jejichž dostatečně malém okolí jsou jen body se „stejnými kvalitativními vlastnostmi“, se nazývají regulární, ostatní jsou „katastrofické“ (vzhledem k danému prostoru a dané relaci). Důležitý je mj. případ, kdy  $P$  je dostatečně hladká varieta,  $f$  je dostatečně hladká reálná funkce na  $P$  a výrok „ $x, y$  mají stejné kvalitativní vlastnosti“ má ten smysl, že se  $f$  chová v obou bodech kvalitativně stejně, např. má v obou bodech nenulový gradient, nebo oba body jsou „kritické“ (nulový gradient) stejného druhu — ve smyslu, který lze plně precizovat. Zejména se však pojem katastrofických bodů zkoumá v následujícím případě (jejž formuluji trochu jinak, než jak je uveden v článku): Je dána jistá varieta  $M$ , reálná funkce  $f$  na  $M$  a zobrazení  $\pi: M \rightarrow X$ , kde  $X$  je jistá varieta; o  $M, f, X, \pi$  se předpokládá, že jsou dostatečně hladké (obvykle se požaduje  $C^\infty$ ). Zabýváme se množinou  $P$  těch bodů  $z \in M$ , v nichž  $f$  nabývá svého minima na prostoru  $\pi^{-1}\pi z$ ; minimum lze zde chápat různě, např. globálně nebo lokálně (to, jaké pojetí se zvolí, podstatně ovlivňuje teorii; tento bod však zůstává u Thoma poněkud nejasný). Považujeme nyní dva body  $z_1 \in P, z_2 \in P$  za „kvalitativně stejné“, jestliže se ve „svých“ prostorech  $\pi^{-1}\pi z_i$  chovají stejně, např. jestliže oba dávají tzv. nedegenerované absolutní minimum, jehož se v jiných bodech příslušného prostoru již nedosahuje. Za určitých značně obecných předpokladů jsou pak body zmíněného druhu (v nichž máme nedegenerované absolutní minimum) regulární ve smyslu, který jsem před chvílí popsal při výkladu pojmu „katastrofy“; ostatní body jsou „katastrofické“.

Situace se specifikuje způsobem, který teď velmi zhruba naznačím. Předpokládáme, že vnitřní stav objektu (třeba buňky) v každém jeho bodu je popsán veličinou  $y = (y_1, \dots, y_N)$ ,  $y_i$  reálná;  $x = (x_1, x_2, x_3, t)$  vyjadřuje polohu a čas. Na  $M = R^4 \times R^N$  (popř. na jisté subvarietě  $M \subset \subset R^4 \times R^N$ ) je pevně dána reálná funkce  $V(x, y)$ , kterou lze chápat jako jistý druh potenciálu. Postuluje se, že reálný průběh vývoje splňuje následující podmínku (v níž  $\pi$  značí projekci  $M \rightarrow R^4$ ): pro každé  $x$  má  $y$  hodnotu, pro niž se  $V(x, y)$  minimalizuje vzhledem k prostoru  $\pi^{-1}\pi(x, y) = \{x\} \times R^N$  (někdy může být vhodné požadovat jen přibližné splnění této podmínky). O funkci  $V$  se činí jisté předpoklady, zejména se však předpokládá, že v jistém smyslu (jehož precizace zabírá v Thomově článku asi 1 1/2 stránky) je funkce  $V(x, y)$  „generická“, tj. má „obecnou polohu“ v prostoru všech dostatečně hladkých funkcí. Body reálného průběhu určitého vývoje, tj. ty body  $(x, y)$ , pro něž je splněna zmíněná podmínka, jsou pak dvojího druhu: jednak body regulární, v jejichž blízkosti nejsou kvalitativní změny, jednak body „katastrofické“ (ve smyslu, který jsme popsali); v těchto „katastrofických“ bodech, resp. v jejich okolí dochází ke kvalitativním změnám, jež mohou vyjadřovat např. dělení buňky, kvalitativní změnu tvaru biologického objektu aj.

Podstata případných aplikací je pak v tom, že — v daném rámci a za určitých předpokladů — lze najít dosti malý počet typů „katastrofických bodů“. Tato typologie může pak sloužit jako podklad pro typologii reálných „uzlových bodů“ biologického vývoje v nejšířším smyslu, přičemž k tomu není třeba vědět skoro nic o konkrétních zákonitostech. To se zdá na první pohled značně spekulativní. Je však třeba si uvědomit, že např. ve fyzice by bylo možné do značné míry udat předem, jaké jsou druhy elementárních částic, kdyby si někdo dost brzy uvědomil a správně pojal úlohu reprezentací grup. Není tedy vyloučeno, že se v teoretické biologii možné typy „uzlových bodů“ vývoje zjistí (zhruba) předem s podstatným použitím matematických úvah. Hlubší ocenění Thomovy koncepce by ovšem vyžadovalo hluboké znalosti globální analýzy i biologie. Jisté však je, že jde o velmi zajímavý a podnětný pokus.

Miroslav Katětov

V. K. Murthy: THE GENERAL POINTS PROCESS: Applications to Structural Fatigue, Bioscience and Medical Research (Obecný bodový proces: Aplikace v únavě konstrukcí, v biologických vědách a v lékařském výzkumu) Book No 5 of the Series "Applied Mathematics and Computation". Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program Reading, Massachusetts, 1974; London—Amsterdam—Don Mills, Ontario—Sydney—Tokyo; Počet stran 581 + 22 stran přehledu literatury. (Cena neuvedena.)

Kniha vychází v rámci zajímavé řady monografií, věnovaných aplikované matematice, a to jako monografie č. 5 (dosud od r. 1973 do r. 1974 vyšlo v této řadě sedm publikací). Je zaměřena na jednu třídu stochastických procesů — užší třídu procesů bodových, již lze začlenit jako jeden ze speciálních případů do stochastických procesů diferencovatelných.

Kniha je rozčleněna do 12 kapitol, z nichž prvních 5 se věnuje teoretické výstavbě obvyčejného bodového a zobecněného bodového procesu a zbývajících sedm kapitol projednává teoretickou přípravu aplikací ve třech velkých oblastech:

- a) v únavě konstrukcí a jejich spolehlivosti při procesu progresivního únavového poškození,
- b) v biologických vědách,
- c) v medicíně.

Ve struktuře knihy to znamená, že teoretické výstavbě je věnováno cca 25% výkladu, zatímco přípravě zmíněných aplikací je věnováno zbývajících 75%. Výklad je v obou částech knihy veden velmi přesnou formou „lemma — důkaz — důsledek“, případně formou „teorém — důkaz — příklad“. V aplikační části lze pak dále sledovat velkou snahu autora o syntézu s fyzikální podstatou jevů, případně se znalostmi těch vědních oborů, v nichž jsou bodové procesy aplikovány. Zmíněná skladba knihy a volená forma výkladu předurčuje, že se jedná o knihu velmi užitečnou jednak pro výuku v aplikované statistice, jednak o prospěšnou publikaci pro ty, kdož se zabývají statistickými interpretacemi jevů v přírodě. Z teoretického hlediska lze zvlášť zdůraznit výklad kapitoly 3, v níž jsou projednány základy kumulativního bodového procesu a dále výklad kapitoly 4, jež je věnována teoretické výstavbě a popisu vícerozměrného bodového procesu. Speciálně je pak v kapitole 5. projednávána teoretická problematika a interpretace dvourozměrného Poissonova procesu, která nachází své aplikace nejen v těch směrech, jež stručně naznačuje autor, (astronautika, astronomie), nýbrž i v řadě fyzikálněinženýrských disciplín, (ve fyzice kovů apod.).

Aplikační směry bodového stochastického procesu jsou nejprve zaměřeny na proces kumulace únavových poškození, probíhajících u inženýrských konstrukcí (viz kap. 6, str. 134—114). Je zde podána velmi zdařilá stochastická interpretace mechanismu únavového lomu formou plausibilního modelu vývoje únavového porušení, jenž koresponduje jednorozměrnému bodovému procesu s pevnou absorpční bariérou. Za pozornost rovněž stojí rozšíření tohoto procesu únavového poškození na vícerozměrnou konstrukci, (multikomponentní systém), čímž je připravena základna pro řešení spolehlivosti složených konstrukcí, vystavených v době služby nebezpečí havarie únavovým lomem. Výklad, uvedený v této kapitole, navazuje na řešení únavových problémů, předložených uznávanými autory, (viz přehled literatury) a je rozhodným přínosem ve zpřesnění matematických modelů únavového lomu.

Další aplikační zaměření diskutuje kapitola 7, projednávající superposici řady libovolných bodových procesů. Z aplikačního hlediska lze tento výklad chápat jako proces výstupů, jestliže uvažujeme více než jeden jejich zdroj. Autor zde poukazuje na aplikace z oblastí fyziologie, avšak právě tak bude možno uplatnit závěry této partie v technicko-inženýrských disciplínách (zvláště v teorii spolehlivosti složitých struktur). Výrazným přínosem pro rozvoj stochastických procesů v oblasti stochastické teorie spolehlivosti konstrukcí jsou další tři kapitoly (8, 9 a 10). Z nich kapitola 8 vytváří hlubokou základnu pro aplikace bodových procesů v ověřování životnosti

složek a konstrukcí, kapitola 9. se zabývá teoretickou základnou odhadů spolehlivosti a intenzit porušení a kapitola 10. je celá věnována aplikacím Weibullova modelu v oboru spolehlivosti systémů.

Zbývající dvě kapitoly 11. a 12. jsou zaměřeny na aplikace v biologických vědách a v medicíně a jenom dosvědčují rozsáhlou užitečnost této třídy stochastických procesů v přírodních vědách a moderních technických problémech mechanických systémů a složitých inženýrských objektů (konstrukcí).

Recenzovanou knihu lze zařadit do moderních publikací, které se snaží o zpřesnění popisu náhodných procesů v přírodě s pomocí stochastických procesů resp. na základě zpřesnění modelů těchto procesů. Autor zde ukazuje cestu k řešení některých obtížných úloh z oboru mechaniky lomu, (viz např. kap. 6 a 7), případně z oblasti spolehlivosti a životnosti složitých struktur, přičemž je zdůrazněna syntéza s těmi obory, v nichž jsou příslušné problémy zformulovány. Šťastný je rovněž nápad autorův, poukázat na širokou teoretickou základnu pro aplikace v odlehklých oblastech od techniky, jak je to v této knize uvedeno např. při přípravě aplikací v biologii a medicíně.

Závěrem recenze je nutno ještě jednou zdůraznit zvláštnost této knihy. V teoretických pasážích této knihy je volen takový výklad, že ji s porozuměním může číst jedině specialista v teorii matematické statistiky. Na druhé straně jsou aplikace projednávány v hluboké odbornosti těch oblastí, na něž jsou aplikace zaměřeny. Vyžadují tedy např. nejen znalost problému únavy, nýbrž i problémy syntézy mikrojevů s makrooblastí, případně hlubokou odbornost s disciplínami biologie nebo medicíny. Do jisté míry je tím vlastně formulován profil aplikovaného matematika nebo profil moderního tvůrčího inženýra, případně výzkumníka.

*Jan Sedláček*

*P. R. Halmos: FINITE-DIMENSIONAL VECTOR SPACES. V edici Undergraduate Texts in Mathematics vydalo Springerovo nakladatelství r. 1974. Třetí vydání, 200 stran.*

Autora, jednoho z neznámějších matematiků, není jistě třeba představovat. I čtenáři Pokroků měli nedávno možnost seznámit se s jeho názory na to, jak psát o matematice. Je sympatické, že zásady, proklamované autorem, nejsou v rozporu s jeho dílem. Recenzovaná knížka nespočívá ve vypreparovaném systému definic, vět, důkazů a důsledků „co všechno vím“ ani „co byste měli znát“. Místo aby autor uváděl čtenáři výsledky, uvádí spíše čtenáře do matematického myšlení; tematika knížky se pro to ovšem ideálně hodí. Věty nejsou formulovány co nejobecněji, ale co nejnázorněji, důkazy se nevyznačují elegancí, jsou však průzračné a přirozené, symbolika je minimální. Text, v němž je vysvětlován, či naznačen smysl, účel a význam zavedených pojmů a jejich vlastností, převažuje nad vzorci. Přesto je na poměrně malé ploše soustředěno překvapivé množství látky, a to nepočítám materiál z četných cvičení. Ta jsou volena a formulována tak, aby vedla čtenáře k samostatnému promýšlení probrané teorie. Autor našel správnou míru, nezůstal na povrchu, detaily zůstávají přesné a celek přehledný.

V knížce jsou probírány základy teorie lineárních operátorů v konečně rozměrných prostorech. Výklad je rozdělen do čtyř kapitol a 92 paragrafů. Jednotlivé paragrafy jsou tedy poměrně krátké a vždy rozvíjejí jedinou hlavní ideu. Počáteční paragrafy jsou věnovány definici vektorového prostoru, lineární závislosti vektorů, bazi, dimenzi a izomorfismu prostorů. Dále je pozornost soustředěna na duální prostory a reflexivitu, k čemuž je ovšem zapotřebí zmínky o lineárních funkcionálech. Po direktních součinech a kvocientových prostorech jsou probírány bilineární a multilineární formy.

Druhá kapitola je věnována lineárním operátorům. Hned na začátku jsou zavedeny také operace mezi operátory a prostor operátorů a teprve pak přijde paragraf věnovaný maticím a jejich souvislostem s operátory. Jinde se s maticemi a jejich prvky pracuje jen výjimečně, autor

preferuje hledisko funkcionální analýzy. Po základních věcech o projekcích, invariantních podprostorech, adjungovaných operátorech a podobnosti operátoru jsou probrány hodnota a defekt operátoru, tenzorové součiny operátorů a determinanty. Pro pojetí knížky je příznačné, že determinant je definován jako jistý multilineární funkcionál příslušný operátoru; obvyklá definice je odvozena jako důsledek. Dále jsou zavedena vlastní čísla operátoru a diskutována souvislost mezi geometrickou (dimenze podprostoru vlastních vektorů) a algebraickou (násobnost kořene charakteristické rovnice) definicí násobnosti vlastního čísla. Paragrafy o trojúhelníkovém tvaru operátoru směřují k vyvrcholení druhé kapitoly, větě o Jordanově tvaru operátoru. Ta je formulována jako věta o rozkladu prostoru na direktní součet jistých invariantních a nilpotentních podprostorů, teprve pak je přeložena do jazyka matic. Zmínka o elementárních dělitelech, minimálním polynomu a Hamilton-Cayleově rovnosti uzavírá kapitolu.

Ve třetí kapitole se pracuje s vektorovými prostory opatřenými skalárním součinem vektorů. Nejprve jsou odvozeny základní věci související s ortogonalitou (Besselova nerovnost a několik podmínek ekvivalentních s Parsevalovou rovností), dále Schwarzova nerovnost a věta o reprezentaci lineárního funkcionálu skalárním součinem. Následují základní vlastnosti samoadjungovaných, pozitivně definitních a izometrických operátorů, včetně vlastností jejich spekter. Konečně rozměrná verze spektrální věty o vyjádření operátoru ve tvaru lineární kombinace projekcí s vlastními čísly jakožto koeficienty je dokázána pro samoadjungované operátory. Dále jsou v této souvislosti zkoumány normální a unitární operátory v komplexním prostoru a možnost zavést složitější funkce operátorů než polynomy. Statě o polárním rozkladu, některých otázkách komutativity a o Hadamardově součinu uzavírají kapitolu.

Čtvrtá kapitola nemá velký rozsah, což je dáno specializací na konečně rozměrné prostory. Pracuje se zde s normovanými prostory, zavádí se norma operátoru, a zkoumá konvergence a spojitost operátoru. Je tu dokázán princip minimaxu pro samoadjungovaný operátor a ergodická věta pro izometrii. Na závěr je připojen dodatek, v němž je naznačena možnost zobecnění hlavních výsledků posledních dvou kapitol v Hilbertově prostoru.

Knížka vyšla poprvé hned po druhé světové válce. Druhé, porékové rozšířené vydání, se objevilo r. 1958 a bylo přeloženo mj. do ruštiny. Recenzované třetí vydání je jeho stereotypní reedici. Autorovi či redaktorovi lze vytknout pouze to, že seznam literatury doporučené k dalšímu studiu nebyl doplněn moderními publikacemi (nejnovější položka v něm obsažená je z r. 1955). Publikace je vzorně vytištěna a graficky upravena. Určena je začátečníkům s hlubším zájmem o matematiku jako poučení. Pokročilí si ji mohou přečíst pro potěšení a ti nejkročilejší, co přednášejí a píší matematické knihy, by si ji měli přečíst také pro poučení.

*Antonín Vrba*

*P. R. Halmos: NAIVE SET THEORY. V edici Undergraduate Texts in Mathematics vydalo Springerovo nakladatelství r. 1974. Druhé vydání, 103 str.*

K všeobecnému matematickému vzdělání ovšem patří základy teorie množin. Se zcela intuitivním pojetím se dnes už přece jen nevystačí a důsledně vybudovaná axiomatická teorie představuje pro nespécialisty těžko stravitelné sousto. P. R. Halmos předvedl ve své velice pěkné a užitečné knize jak na to. Vychází z názoru a obdivuhodně nalézá kompromis mezi intuitivním a axiomatickým pojetím tak, že upozorňuje na některá úskalí intuitivního přístupu a obchází je formulací některých axiomů. Nejde příliš do šířky ani do detailů, zastavuje se u nejdůležitějších věcí a rozvíjí je raději „zdravým rozumem“ než formálními postupy. Svě stanovisko výstižně charakterizuje v předmluvě těmito slovy: „Výklad může být označen jako axiomatická teorie množin z naivního hlediska. Axiomatický je v tom, že jsou zformulovány některé axiomy teorie množin a užívány jako základ pro všechny následující důkazy. Naivní je v tom, že jazyk a značení se shoduje s běžnou neformální (ale formalizovatelnou) matematikou. Nejdůležitější přístup,

při němž převládá naivní hledisko, je takový, že teorie množin je chápána jako soubor faktů, jejichž stručným výtahem jsou axiomy; při ortodoxně axiomatickém pohledu jsou ústředním objektem studia logické vztahy mezi různými axiomy. Analogicky může být studium geometrie pojímáno jako čistě naivní, pokud je založeno pouze na vizuálním názoru; opačný je extrémně čistě axiomatický, při němž jsou axiomy různých neeuklidovských geometrií studovány se stejným úsilím jako Euklidovy. Analogie s hlediskem této knihy spočívá ve studiu jen jedné skupiny axiomů s cílem popsat jen euklidovskou geometrii.“

Knížka se skládá z 25 krátkých kapitol. V počátečních částech se autor zabývá základními pojmy, jako je incidence a inkluze. Axiomaticky zavádí rovnost množin a hned na začátku konstatuje, že nebude definovat, co je to množina. Občas je však ukázáno, co množina dost dobře nemůže být. Tak třeba axiom o existenci množiny všech prvků dané množiny, splňujících danou podmínku, vylučuje Russellův paradox. Po kapitolkách věnovaných základním operacím s množinami (sjednocení, průnik, doplněk, kartézský součin) se studují binární relace a zobrazení. V dalších sekcích se diskutují problémy kolem zavedení přirozených čísel, posléze se formulují Peanovy axiomy a vybuduje se aritmetika. Nejzajímavější jsou snad části věnované axiomu výběru (ve tvaru: kartézský součin neprázdného systému neprázdných množin je neprázdný), Zornovu lemmatu o maximálním prvku částečně uspořádané množiny a větě o existenci dobrého uspořádání pro každou množinu. Poslední třetina knížky je zasvěcena ordinálním a kardinálním číslům.

Výklad je velice poutavý a převažují v něm komentáře, symbolika je prostá, nenajdeme zde formalismus ani plané filosofování. Explicitně formulovaná cvičení jsou ojedinělá. Mnoho věcí je v textu však jen naznačeno a čtenáři je napovězeno, jak si je má domyslet. K ještě důkladnějšímu procvičení látky se hodí sbírka L. E. Siglera *Exercises in Set Theory*, kterou vydalo r. 1966 van Nostrandovo nakladatelství. Obsahuje mnoho materiálu a přímo navazuje na Halmosovu knížku.

*Antonín Vrba*

*Евгений Иванович Яковлев: МАШИННАЯ ИМИТАЦИЯ.* Nauka, Moskva 1975, série *Problemy sovětskoj ekonomiki*. 158 stran, 26 obrázků, 1 tabulka. Cena 46 kop.

Autor knihy, tragicky zemřelý ředitel Centrálního ekonomicko-matematického ústavu Akademie věd SSSR, byl velkým popularizátorem moderních metod použití počítačů v ekonomii. Jeho brožurka, přesto že byla vydaná v sérii, zaměřené na problémy ekonomiky, může být bohatým zdrojem informace všem, kdo se zabývají simulací dynamických systémů na samočinných počítačích.

První kapitola obsahuje přehled společných vlastností dynamických systémů a vymezuje platnost termínů, které se dále vyskytují. Druhá kapitola je detailním úvodem do použití jazyka SIMULA I, což je vývojově nejdokonalejší simulační jazyk, který dosud nedosáhl hranice univerzálních jazyků 3. generace (na rozdíl od podobně pojmenovaného jazyka SIMULA 67, jehož je SIMULA I vlastní částí, až na nepatrné odchylky). Druhá kapitola, nazvaná *Některé zvláštnosti realizace jazyka SIMULA*, informuje o hlavních idejích stavby kompilátoru tohoto jazyka v CEMI AV SSSR. Je to první dostupný popis kompilátoru z tak exponovaného programovacího jazyka a přináší mnoho podnětů jistě i pro ty, kdo se připravují k realizaci jiných simulačních jazyků. Následuje kapitola, v níž jsou detailně popsány procedury, generující pseudonáhodná čísla. Cena této kapitoly je v tom, že procedury jsou popsány mnohem podrobněji než např. v oficiální normě tohoto jazyka, a v tom, že čtenář se může informovat o metodách generace pseudonáhodných čísel, které v souvislosti s jazykem SIMULA jsou tradovány jako velmi dokonalé po všech stránkách. Poslední kapitola obsahuje rozbor jednoho problému až k naprogramování v uvedeném jazyku.

Kniha byla připravena k vydání až po autorově smrti, což se projevilo některými nesrovnalostmi. Tak v některých blokových schématech se směry při větvení označují *da* a *nět*, jinde se rozlišují vepsáním kroužku (ano) a dvojitého škrtnutí (ne) na příslušné spojnice, na mnohých místech však chybějí jakékoliv znaky větvení, takže čtenář musí směry odhadnout z kontextu. Ve schématu na str. 107 nemá být svislý spoj, vedoucí ze 4. bloku, schéma 6 sekce V. na str. 97 má mít uzel 6 označen správně jako uzel 5. Z dalších tiskových chyb upozorňujeme alespoň na nejdůležitější: Na str. 82 dole má být zaměněna nula s jedničkou. Na obrázku na str. 87 jsou 2 nejspodnější šipky zakresleny chybně. Na str. 98, v 13. řádce zdola chybí na začátku  $t$  (část konstanty *true*), na str. 47 je chybně podtržen identifikátor *exist*. Více chyb je na straně 108: na konci první řádky má být nejasný vzorec čten jako  $0,5 < u$ , v exponentu vzorce v druhé řádce má být  $-t^2/2$  a  $F^1$  v páté řádce je asi třeba číst  $F^{-1}$ , ale ani to není zcela přesné (nejde o rovnost, ale o aproximaci). Na str. 110 je v druhé sumě vytištěno  $u_i$  místo  $u_i$ .

Přes tyto chyby je brožurka výrazným podnětem, určeným pro odbornou veřejnost, která se zabývá exaktním studiem složitých systémů. Autor, o němž je známo, že se zabýval i možností realizace jazyka SIMULA 67, volil výklad tak, aby z jazyka SIMULA I sdělil jen ty jeho složky, které se ukázaly stimulující i do budoucnosti: např. generativní výraz, jehož syntaxe je v jazyku SIMULA I zbytečně komplikovaná, vyložil zjednodušeně tak, že se držel reality jazyka SIMULA 67 a při tom čtenář dostává popis ne úplný, ale postačující i pro případ SIMULA I.

*Evžen Kindler*

*Józef Winkowski: PROGRAMOWANIE SYMULACJI PROCESÓW.* Wydawnictwa naukowo-techniczne, Warszawa 1974, Seria Informatyka, przetwarzanie informacji i maszyny matematyczne. 208 stran, 24 obrázků, 2 tabulky. Cena 22 Zł.

Kniha je zaměřena na teorii a programování číslicové simulace diskrétních procesů. Její jádro tvoří 6 kapitol. V první z nich je všeobecný úvod, kde se čtenář upozorňuje na některé intuitivní aspekty, spojené s představou procesu; v téže kapitole jsou pak představy formalizovány, takže se dostáváme k matematické definici procesu. Jde pouze o diskrétní procesy, což se projeví nejen ve zjednodušení látky, ale i při pozdějším výběru programovacích prostředků. Druhá kapitola je věnována skládání procesů a vede k zavedení pojmů, obvyklých v teorii simulačních jazyků (synchronizace procesů, kalendář událostí atd.). V další kapitole se setkáváme s transformací matematických pojmů, zatím definovaných, do jazyka ALGOL 60. Autor vytváří jakýsi procedurově orientovaný simulační jazyk, který nevybočuje z mezí syntaktických norem jazyka ALGOL 60 a připomíná některé simulační jazyky podobných vlastností, jako je AS, PROSIM nebo z FORTRANu odvozený GASP. Ve stejné kapitole je pak popis základních prostředků jazyka SIMULA 67, který je dobře volen jako završení všech existujících simulačních jazyků. Jazyk SIMULA 67 (vlastně jeho třída SIMULATION) je pak použit v další kapitole, kde se ilustrují různé typy použití simulace procesů: jsou podány jednoduché příklady (včetně zápisu v jazyku SIMULA) v problematice hromadné obsluhy, nejkratší cesty, interakce dopravních systémů, větvených procesů, telekomunikačních sítí a syntézy asynchronních automatů.

Pátá kapitola je jakýmsi komplementem kapitoly druhé: pojednává o kooperujících procesech. Je tedy opět zaměřena teoreticky, stejně jako kapitola šestá, věnovaná systémům algoritmů a algoritmům složeným; tato kapitola je jakýmsi zobrazením poznatků předešlé kapitoly do univerza algoritmů. Následují ještě 4 dodatky, obsahující výklad základních matematických pojmů, na nichž je jádro knihy budováno (základy teorie množin, teorie algoritmů, teorie pravděpodobnosti a generování pravděpodobnostních měr).

Kniha je velkým přínosem k matematické informatice, neboť zkoumá prostředky, obvyklé v simulaci diskrétních systémů na samočinných počítačích, přirozenou, nicméně však dosud opomíjenou cestou: od definice, vycházející ze statistické dynamiky, se přejde k myšlenkovému



světu teorie algoritmů, z něhož pak vede přirozená cesta k aplikaci programovacích jazyků a k pochopení jejich prostředků. Zvláště krásný a elegantní je závěr kapitoly druhé a začátek kapitoly třetí, kde se dochází tradiční deduktivní cestou k pojmům, v metodě počítačové simulace dodnes chápaných spíše jako nejasné představy, a kde se tyto pojmy převedou do jazyka ALGOL 60 tak, že vytvoří použitelný simulační jazyk. I když nechceme bagatelizovat jiné partie knihy (včetně úvodu do jazyka SIMULA 67, kterým získala polská matematika prvenství nejen v zemích socialistického tábora, ale téměř na celém světě tím, že byl v jejím jazyku vydán úvod do použití tohoto jazyka 3. generace), přesto je vhodné akcentovat stránky knihy kolem konce její druhé kapitoly: jde o řídký jev, kdy aplikace tradiční předpočítačové matematiky na studium počítačů nezaostává deset let za praxí použití počítačů (což je jinak běžný jev), nýbrž vnáší do aktuálních problémů vědy o počítačích čerstvé stimuly.

*Evžen Kindler*

*Roman Sikorski: DIFERENCIÁLNÍ A INTEGRÁLNÍ POČET. Funkce více proměnných. Academia, Praha 1973. 496 stran, 92 obrázků. Cena Kčs 39,—. Podle polského vydání z roku 1969 přeložil Ilja Černý.*

Sikorského učebnice matematické analýzy, která vznikla modifikací autorovy přednášky na universitě ve Varšavě ve školním roce 1963/64, podává výklad diferenciálního a integrálního počtu funkcí více proměnných, a to způsobem, který je (v české literatuře) netradiční.

Netradičnost spočívá jednak ve způsobu podání základních poznatků z diferenciálního počtu, kde autor nevychází z pojmu parciální derivace, nýbrž z pojmu derivace směrové (kap. IV a pro vektorové funkce kap. V), především však ve formě výkladu teorie integrálů přes nadplochy (rozsáhlá kapitola IX, využívající mj. základů algebraické topologie). Kapitoly VI—VIII pojednávají (tradičním způsobem) o teorii míry, o obecné teorii integrálu a o integraci v euklidovských prostorech, kapitola X obsahuje ve formě stručných poznámek některé doplňující informace o diferenciálním a integrálním počtu v Banachových prostorech, o Bettiho grupách, o diferencovatelných varietách. Kapitoly I—III tvoří pomocný aparát: jsou věnovány pojmům množinovým (kap. I), geometrickým a algebraickým (kap. II) a topologickým (kap. III). Kromě toho kniha obsahuje předmluvu, informace pro čtenáře, seznam literatury, seznam symbolů, rejstřík a doslov překladatele.

O důležitosti té části matematické analýzy, již je kniha věnována, jistě není pochyb; Sikorského kniha není také prvním pokusem o moderní podání této látky (několik knih podobného rázu je citováno v seznamu literatury). Netradiční způsob výkladu jistě může (a bude) vyvolávat diskuse; dovoluji si tedy přispět do této diskuse několika konkrétními otázkami: V knize se např. předpokládá znalost diferenciálního počtu funkcí jedné proměnné (vyloženého „tradičně“) a často se této znalosti využívá — např. už v úvodních kapitolách (viz kap. I, § 4). Je to účelné, není lepší začít „moderně“ rovnou od začátku? Nebo: Z úvodní části knihy je pro pochopení dalšího textu *nutno* číst kapitolu II, neboť obsahuje materiál, který v úvodních přednáškách z algebry a analytické geometrie nebývá běžně obsažen. Vzniká otázka, zda je účelné uvádět skoro 70 stran pomocného textu vlastně jen proto, aby čtenář mohl pochopit 140 stran netradičního výkladu. A není třeba dělat „modernizaci“ komplexně, tj. ve *všech* úvodních přednáškách? Nebo: Autor se rozhodl podle vlastních slov pro „drastický řez“ — upustil od tradiční symboliky v označování parciálních derivací. Přitom se však nedokázal zcela oprostít od této symboliky: na mnoha místech vyslovuje různá tvrzení pro porovnání i ve staré symbolice a „překládá“ do této symboliky i některé vzorce (takový text je označen po straně svislou čarou). Tuto „dvoukolejnost“ často ještě zdůrazňuje slovy jako „Ve výpočtech je často výhodná jiná, tradiční, i když méně přesná symbolika“ (str. 157). Je to nedůslednost nebo snaha umožnit neznalému čtenáři studium lite-

ratury, která pracuje s tradičním aparátem, a znalému čtenáři pak dát možnost porovnat? Nelze z jeho slov vyvodit, že „netradiční výklad“ se pro výpočty příliš nehodí? A je z pedagogického hlediska účelné, aby se čtenář — student (netknutý tradičním výkladem) učil vlastně současně dvoji způsob? A bylo by možno hovořit i o občas dosti komplikované symbolice: např. symbol pro parciální derivaci podle  $j$ -té souřadnice —  $\varphi_{|j}$  — asi povede často ke zmatkům, neboť svislá linka v indexu se snadno přehlédne.

Zdá se tedy, že se autor nedokázal zcela vyhnout některým úskalím modernizačních pokusů a že — alespoň pokud jde o část věnovanou diferenciálnímu počtu — zní překladatelova slova o tom, že „knihy je výsledkem úspěšného pokusu ... odstranit ... přežitě zvyklostí, nepřesná označení a zastaralý způsob výkladu“, příliš propagačně. Podstatnější přínos knihy vidím v části, věnované integrálnímu počtu, především v kapitole X, která obsahuje netradiční (a především ucelený) výklad teorie plošných integrálů (o jejímž tradičním způsobu výkladu se autor vyjadřuje dosti pejorativně). Zde má český čtenář vlastně poprvé možnost seznámit se s touto složitou a přitom tak potřebnou problematikou podrobně.

Lze tedy závěrem říci, že Sikorského kniha znamená obohacení naší matematické literatury; chybí jí snad větší počet příkladů — vždyť se má jednat o učebnici. Překlad je pečlivý a dobře se čte; drobné připomínky k symbolice a terminologii jsou většinou subjektivní a nestojí za to je zde uvádět.

*Alois Kufner*

*Alfred Tarski: INTRODUCTION A LA LOGIQUE. (Úvod do logiky.)* Collection de „Logique mathématique“, Série A, No 16, Gauthier-Villars, Paris 1971. 3. francouzské vydání, stran XIV + 246, 36 F.

První vydání této známé a do mnoha jazyků překládané knihy vyšlo v r. 1936 v polštině ve Lvově a ve Varšavě pod názvem „O logice matematycznej i metodzie dedukcyjnej“. O rok později vyšel ve Vídni německý překlad. Recenzovaná verze je třetí vydání francouzského překladu a až na několik drobností je totožná s druhým (francouzským) vydáním, které bylo pořízeno na základě rozšířeného třetího anglického vydání, jež vyšlo v r. 1965 v New Yorku. (Totéž anglické vydání bylo podkladem pro český překlad, který vyšel pod názvem „Úvod do logiky“ v nakladatelství Academia v r. 1966.) Kniha má vkusnou brožovanou úpravu a standardní typografické vybavení. Čtenář zřejmě uvítá, že v rejstříku jsou u odborných termínů uvedeny i jejich anglické ekvivalenty.

*Jiří Bečvář*

*Helmuth Späth: ALGORITHMEN FÜR MULTIVARIABLE AUSGLEICHSMODELLE. Datenverarbeitung.* R. Oldenbourg Verlag, München—Wien 1974, 125 stran, 43 tabulek, 39 programů pro samočinné počítače. Cena neuvedena.

Recenzovaná kniha navazuje na knihu stejného autora „Algorithmen für elementare Ausgleichsmodele“, R. Oldenbourg Verlag, München—Wien 1973. (Recenze poslední jmenované knihy viz *Apl. Mat.* 20 (1975), s. 147.)

Potřeba algoritmů pro vyrovnání dat různými funkcemi v případě jedné nezávislé proměnné v různých oborech byla zdůrazněna v citované recenzi; stejně tak je možno tuto potřebu vzdvihnout i v modelech mnohorozměrných. U každého modelu je uvedena matematická formulace, metoda řešení (algoritmus), program v jazyce FORTRAN a numerický příklad.

Po úvodní první kapitole obsahující nástin řešených problémů následuje druhá kapitola věnovaná diskrétní lineární  $L_2$ -aproximaci známější pod pojmem mnohonásobné lineární regrese

při kvadratické ztrátové funkci. Uvádějí se zde i algoritmy pro volbu proměnných zahrnovaných do regrese a pro vyrovnání dat pomocí polynomů. Na tuto kapitolu navazuje třetí kapitola pojednávající o diskrétní  $L_p$ -aproximaci,  $1 \leq p < \infty$ . Ve čtvrté kapitole se řeší úloha, ve které se vyrovnávají dvojice pozorování  $(x, y)$  přímkou procházející počátkem takovou, že je minimalizován součet čtverců vzdáleností pozorovaných bodů  $(x, y)$  od této přímky. Je uveden algoritmus a program pro vícerozměrnou verzi této úlohy. Pátá kapitola se zabývá problémem  $L_2$ -aproximace v nelineárních systémech. V poslední šesté kapitole je uveden algoritmus pro minimalizaci funkce metodou hledání.

V jednorozměrných aplikacích uvedených mnohorozměrných modelů najdeme i algoritmus pro vyrovnání dat lineární kombinací exponenciál (5.2), který byl postrádán v předchozí knize o jednorozměrných modelech.

Vzhledem k tomu, že použité algoritmy jsou (někdy podstatně) složitější než algoritmy modelů jednorozměrných, je i užití v knize uvedených algoritmů resp. programů obtížnější a málokdy se vystačí s pouhou mechanickou aplikací.

Recenzovaná kniha je z praktického hlediska velmi potřebná. Počet jejích potenciálních uživatelů však bude pravděpodobně menší než v případě knihy o modelech jednorozměrných, neboť bude vyžadovat od uživatele aktivnější přístup k řešenému problému.

*Jan Hurt*

*Siegmond Brandt: DATENANALYSE. Mit statistischen Methoden und Computerprogrammen. Wissenschaftsverlag, Bibliographisches Institut, Mannheim—Wien-Zürich 1975, 342 stran.*

Recenzovaná kniha zapadá svým pojetím do úvodních kursů matematické statistiky, přičemž klade důraz na numerické výpočty potřebné ve statistických metodách.

V prvních pěti kapitolách se čtenář seznámí se základními pojmy počtu pravděpodobnost (pravděpodobnost, náhodné veličiny — n. v., rozdělení n. v. a jejich transformace, základní diskrétní a spojitá rozdělení, centrální limitní věta pro stejně rozdělené nezávislé n. v. s konečným rozptylem). Přesnost výkladu by místy stěžejší obstála při současném pohledu na uváděné problémy, zdá se však, že je postačující pro účely dalšího výkladu.

Další čtyři kapitoly jsou věnovány vlastním statistickým metodám. Kapitola šestá se zabývá náhodnými výběry a výběrovými charakteristikami. V sedmé kapitole se uvádí metoda maximální věrohodnosti. Kapitola osmá pojednává o testování statistických hypotéz. Můžeme zde najít nejen základní testy ( $F$ ,  $t$ ,  $\chi^2$ -test dobré shody), ale na několika stránkách i základy obecné teorie testů a Neymanovo-Pearsonovo základní lemma. Následující devátá kapitola se zabývá metodou nejmenších čtverců, přičemž jsou zde probrány důležité případy z hlediska aplikací a uveden obecný program v jazyce FORTRAN.

Desátá kapitola je pomocného charakteru a je věnována minimalizaci funkcí.

V jedenácté kapitole jsou popsány modely analýzy rozptylu jednoduchého a dvojného třídění. Poslední, dvanáctá se zabývá jednoduchou lineární regresi, testy hypotéz v jednoduché lineární regresi a souvislosti regrese a analýzy rozptylu.

Téměř čtvrtinu zaujímají dodatky:

A — Základy programování v jazyce FORTRAN, B — Úvod do maticového počtu, C — Základy kombinatoriky, D — Gamma-funkce, E — Přehled vzorců, F — Statistické tabulky.

Pro praxi je zvláště vhodné zařazení dodatku E spolu s dodatkem F, které umožňují samostatné použití v experimentální práci bez vyhledávání v dalších zdrojích. Tak např. v přehledu vzorců jsou uvedeny kritické oblasti nejužívanějších testů (i pro jednostranné alternativy) s odkazem na příslušnou tabulku v dodatku F.

Kniha je orientována na uživatele z řad techniků a fyziků. Ti naleznou, zvláště ve statistických částech knihy, bohatý materiál. Domnívám se však, že některé partie mohly být vypuštěny bez újmy na použitelnosti knihy či úplnosti výkladu (např. Neymanovo-Pearsonovo lemma). Všechny metody jsou ilustrovány pečlivě vybranými příklady, z nichž mnohé mají vlastní samostatný význam. Kniha podobného druhu by byla prospěšná i v češtině.

Jan Hurt

*Herbert Gajewski, Konrad Gröger, Klaus Zacharias: NICHTLINEARE OPERATORGLEICHUNGEN UND OPERATORDIFFERENTIALGLEICHUNGEN. Akademie-Verlag, Berlin 1974. X + 282 stran. Cena 65,— M.*

Teorie monotónních operátorů v reflexivních Banachových prostorech se v průběhu posledních 15 let vyvinula v důležitou oblast nelineární funkcionální analýzy. Její rozvoj je předznamenán úzkou souvislostí s teorií nelineárních parciálních diferenciálních rovnic, a právě této souvislosti si všímá i posuzovaná kniha.

Není to první kniha, která se zabývá teorií monotónních operátorů a jejich aplikací — uvedme třeba knihy J.-L. Lionse (1969), M. M. Vajnberga (1972), V. Barbua (rumunsky 1974, anglicky 1976), liší se však tím, že hlavní důraz je kladen na *konstruktivní* aspekty: Problémy *existence* řešení operátorové rovnice, na niž vede okrajová úloha pro parciální diferenciální rovnici, nejsou — i když je nebylo lze pominout — tím hlavním; důležitější jsou problémy *konvergence různých přibližných metod*. Je ovšem třeba hned na tomto místě připomenout, že otázky numerické realizace přibližné metody *nejsou* vyšetřovány; kniha je spíše věnována *teoretickým* aspektům metod přibližného řešení operátorových rovnic s monotónními operátory (to je konec konců také hlavní obor působnosti všech tří autorů).

K názvu knihy: Operátorovou rovnici míní autoři rovnici typu

$$(1) \quad Au = f, \quad u \in V, \quad f \in V^* .$$

kde  $A$  je operátor, zobrazující reflexivní Banachův prostor  $V$  do duálního prostoru  $V^*$ ; monotónnost operátoru  $A$  přitom znamená, že

$$\langle Au - Av, u - v \rangle \geq 0 \quad \text{pro } u, v \in V,$$

kde  $\langle g, u \rangle$  je hodnota funkcionálu  $g \in V^*$  v bodě  $u \in V$ . Naproti tomu operátorovou diferenciální rovnici je míněna tzv. obyčejná diferenciální rovnice v Banachově prostoru, tj. např. rovnice tvaru,

$$u'(t) + A(t)u(t) = f(t) \quad \text{s počáteční podmínkou } u(0) = a,$$

kde je  $t \geq 0$ ,  $u$  je funkce s hodnotami ve  $V$ ,  $u'$  a  $f$  jsou funkce s hodnotami ve  $V^*$  a  $A(t)$  je pro každé  $t$  operátor z  $V$  do  $V^*$ ,  $a \in V$ .

I když centrem pozornosti jsou otázky přibližných metod, nebyly pominuty ani problémy existence ani otázky motivace. A tak autoři (se zdarem) ukazují, jakým způsobem vede okrajová úloha na operátorovou rovnici (kap. II) resp. na operátorovou diferenciální rovnici (kap. IV) a dokazují pro tyto rovnice i existenční věty. K členění knihy: kapitola I obsahuje pomocný funkcionálně-analytický aparát, v kapitole II jsou definovány funkcionální prostory, v nichž lze formulovat *stacionární* úlohy, a je ukázáno, jak tyto úlohy formulovat ve tvaru operátorové rovnice, kapitola III obsahuje základy teorie monotónních operátorů včetně vět o existenci řešení rovnice typu (1) a popisu metod přibližné konstrukce tohoto řešení, kapitola IV má tutěž úlohu jako kapitola II pokud jde o *nestacionární* úlohy a v kapitolách V—VII jsou podrobně zkoumány různé typy operátorových diferenciálních rovnic.

Při motivaci vycházejí autoři z klasické formulace okrajové úlohy a k operátorové rovnici (1) dojdou metodou rozšiřování diferenciálního operátoru. Nepovažují tento přístup za nejšťastnější, neboť je poněkud umělý a vyžaduje předpoklady, které je třeba později opět odstraňovat. To však je věc gusta, objektivní měřítko zde neexistuje. Jinak je třeba říci, že kniha je psána velmi přehledně a že orientaci usnadňují i komentáře k jednotlivým kapitolám. Autoři si celý postup podrobně promýšleli a podařilo se jim např. velmi systematicky vyložit komplikovanou základní větu o existenci řešení rovnice (1) včetně různých zobecnění, takže třeba obsah kapitol II a III je (i po formální stránce) velmi vhodný pro přednášku o moderních metodách řešení diferenciálních rovnic na vysokých školách.

*Alois Kufner*

*Gustav Doetsch*: INTRODUCTION TO THE THEORY AND APPLICATION OF THE LAPLACE TRANSFORMATION. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974. VIII + 326 stran, 51 obrázků.

*G. Doetsch* píše příručky o teorii a praxi Laplaceovy transformace už od roku 1937; má tedy značné zkušenosti a je třeba říci, že se to na jeho publikacích výrazně projevuje: mají velmi dobrou úroveň, jsou psány jasně a přehledně a dobře slouží svému účelu, totiž seznámit čtenáře — matematiky, fyziky i inženýry — s tou částí teorie Laplaceovy transformace, kterou bude potřebovat, a to ve vsí obecnosti, s důkazy, a současně ukázat i aplikace této integrální transformace v jiných oblastech matematiky i techniky.

Kniha, o níž zde je řeč, je překladem německého vydání, které vyšlo poprvé v roce 1958 a podruhé — v přepracované a rozšířené formě — v roce 1970 v nakladatelství Birkhäuser. Překlad byl pořízen podle tohoto druhého vydání; knihu, kterou tvoří 40 kapitol, lze rozdělit na pět logických celků. Nejprve jsou uvedeny základní vlastnosti transformace (kap. 1—4) a pak hned následují aplikace těchto vlastností na řešení obyčejných diferenciálních rovnic a jejich systémů (kap. 15—22). Pak se čtenář seznámí s obtížnějšími partiemi teorie, mj. i s problémem inverzní transformace (kap. 23—31) a v další části je studována problematika asymptotického chování (kap. 32—37). Poslední tři kapitoly se opět zabývají aplikacemi, a to na obyčejné a i parciální diferenciální rovnice a na integrální rovnice typu konvoluce.

Kniha je koncipována jako učebnice, kterou je třeba číst od začátku; je přitom psána tak, aby byla srozumitelná i čtenáři, který zná jen pojem Riemannova integrálu (byť i za cenu některých nepodstatných komplikací). V knize je pojednáno i o Laplaceově transformaci distribucí; znalost základů teorie distribucí se předpokládá, je však připojen dodatek, kde je na 4 stranách shrnuto vše, co je k četbě nutné. Kniha je zakončena obligátní tabulkou Laplaceových obrazů některých funkcí a distribucí.

*Alois Kufner*

*W. Krabs*: OPTIMIERUNG UND APPROXIMATION. Teubner Studienbücher Mathematik, B. G. Teubner Stuttgart, 208 stran, 24,80 DM.

Tato knížka pojednává o souvislostech úloh aproximace a optimalizace. Jde o tematiku, která je už delší dobu předmětem zájmu matematiků, a je rovněž zpracována v některých monografiích (Pšeničný, Laurent, Holmes).

Úlohy aproximace v normovaných prostorech jsou např. tohoto typu: Je dán normovaný lineární prostor  $E$ ,  $X$  neprázdná konvexní podmnožina v  $E$  a  $z \in E$  pevně. Hledá se  $\hat{x} \in X$  tak, aby bylo  $\|\hat{x} - z\| = \inf \|x - z\|$ , tj. prvek  $\hat{x} \in X$ , jehož vzdálenost od bodu  $z$  je rovna vzdálenosti množiny  $X$  od bodu  $z$ .  $\hat{x}$  je nejlepší aproximací bodu  $z$  v množině  $X$ . Tuto úlohu lze ekvivalentně

formulovat takto: když položíme  $f(y) = \|y - z\|$ ,  $y \in E$ , je  $f$  konvexní funkcionál na  $E$ . Hledáme  $\hat{x} \in X$  tak, že platí  $f(\hat{x}) \leq f(x)$  pro každé  $x \in X$ . Takto nově formulovaná úloha je vlastně úlohou minimalizace konvexního funkcionálu na konvexní množině, tj. konvexní optimalizační úlohou. Pro optimalizační úlohy je známo mnoho různých prostředků k určení nutných podmínek pro extrém. Výše zmíněná vazba s aproximačními úlohami pak umožní tyto výsledky přenést do teorie aproximace.

Nelze detailně popsat všechny problémy uvedené v knize. Obsahuje jich mnoho v obecné rovině a ještě více konkrétních.

Tři kapitoly věnované lineárním, konvexním a nelineárním úlohám tvoří jádro knihy. V dodatku jsou uvedeny pomocné prostředky z funkcionální analýzy. Kniha je zvláštní tím, že každá kapitola tvoří samostatný celek. To má za následek, že se sice některé věci opakují, ale zato, vzhledem k tomu jak je kniha napsaná, velmi plasticky vystoupí specifika té které třídy úloh. Je to nezvyklý postup při zpracovávání tematiky, která se tradičně vykládá ve vzájemné návaznosti a skloubeně. Autor zdárně zdolal úskalí a nástrahy své metody a napsal dobrou a velmi instruktivní knížku.

*Štefan Schwabik*

*Harro Heuser: FUNKTIONALANALYSIS. Mathematische Leitfäden, B. G. Teubner Stuttgart 1975, 416 stran, 58,— DM.*

V předmluvě si autor stanovil cíl knihy: přístupně a živě vyložit základní pojmy, podstatné výsledky, základní metody a způsob myšlení ve funkcionální analýze tak, aby se obsahově i didakticky vyhovělo potřebám širokého okruhu uživatelů.

Nejdříve k obsahu knihy. Prvních sedm kapitol má po řadě tyto názvy: I. Banachova věta o pevném bodě, II. Normované prostory, III. Bilineární systémy a konjugované operátory, IV. Fredholmovy operátory, V. Čtyři principy funkcionální analýzy a některé aplikace, VI. Rieszova-Schauderova teorie kompaktních operátorů, VII. Spektrální teorie v Banachových algebách. Tato polovina knihy je zaměřena na řešení lineárních rovnic v obecných lineárních prostorech. Je zde uvedeno vše, co u nás bývá předmětem úvodního kurzu z funkcionální analýzy, až na pojem Hilbertova prostoru, který se objeví v kap. VIII. Hahnova-Banachova věta, Baireova věta o kategoriích, věta o otevřeném zobrazení a věta o stejnoměrné omezenosti zobrazení jsou prezentovány jako základní principy funkcionální analýzy. Velmi uceleně a obecně je zde vyložena teorie normální řešitelnosti lineárních rovnic. Je založena na teorii bilineárních, resp. duálních systémů, a na pojmu operátoru konjugovaného k danému operátoru vzhledem k bilineární formě, která udává dualitu mezi prostory. V knižní formě se tyto výsledky objevují snad poprvé v tak explicitní a použitelné podobě. Obsah kapitoly VIII. (Problémy aproximace v normovaných prostorech) je výstižně popsán názvem. V kapitole IX. (Ortogonální rozklady v Hilbertových prostorech) je vyložena obecná teorie Fourierových řad v Hilbertově prostoru a Rieszova věta o reprezentaci funkcionálu na Hilbertově prostoru. V kapitole X. (Spektrální teorie v Hilbertových prostorech) jsou uvedeny základní výsledky této teorie spolu s úlohami na vlastní čísla pro diferenciální operátory. Obecnější charakter mají další tři kapitoly: XI. Topologické vektorové prostory, XII. Lokálně konvexní vektorové prostory a XIII. Dualita a kompaktnost. Vedle základních pojmů se zde opět objevují výroky o lineárních operátorech spolu s topologickou charakterizací normální řešitelnosti. Krejnova-Milmanova věta a Schauderova věta o pevném bodě uzavírají XIII. kapitolu. Poslední kapitola XIV. (Reprezentace komutativních Banachových algeber) obsahuje mimo jiné Gel'fandovu větu o reprezentaci a větu Gel'fandovu-Neumarkovu o reprezentaci komutativních  $B^*$ -algeber. V knize je obsaženo 462 úloh (!) a 50 příkladů, které zpestřují a doplňují výklad. Je vybavena tematicky rozčleněným seznamem literatury.

Funkcionální analýza je disciplína schopná zcela samostatného rozvoje, není proto snadné napsat knihu tak, aby se splnil cíl, který si autor vytyčil. Abstraktní způsob výkladu velmi láká

autora, ale zato tím více odpuzuje čtenáře-nespecialisty. Tato kniha je z hlediska uživatele funkcionální analýzy napsána velmi dobře, protože se neustále vrací ke zdrojům v analýze a algebře, a tím konkretizuje intuitivní představy, které jsou pro studium a pochopení kterékoliv matematické disciplíny nejcennější.

*Štefan Schwabik*

*L. Collatz, W. Wetterling: OPTIMIZATION PROBLEMS. Z němčiny přeložil P. Wadsack. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1975. 61 obrázků, 356 stran. Cena DM 33,80.*

Anglický překlad vychází jako 17. svazek ediční řady Applied Mathematical Sciences (editoři F. John, J. P. La Scalle, L. Sirovich, G. B. Whitham). Na první pohled upoutá netradičním uspořádáním a volbou látky.

Prvá kapitola je věnována lineárnímu programování. Po teoretické průpravě je zde odvozena simplexová metoda včetně její modifikace pro případ úloh bez podmínek nezápornosti a pro řešení dopravního problému. O revidované simplexové metodě, duální simplexové metodě a o metodách řešení úlohy lineárního programování pro celočíselné proměnné se autoři pouze zmiňují s odkazem na literaturu. Závěr kapitoly věnovaný dualitě (s aplikací ve staticce) zahrnuje též věty o alternativě pro řešení soustav lineárních rovnic a nerovností a je zde naznačena možnost použití duality pro řešení optimalizačních úloh s konečným počtem proměnných a s nekonečným množinou omezení.

Druhá kapitola — Konvexní programování — překračuje podstatně rámec konvexity. Již v úvodu se studují a porovnávají různá zobecnění pojmu konvexní funkce a jsou uvedeny příklady praktických úloh, které vedou na konvexní i nekonvexní programování. Z jejich výběru je patrně speciální zaměření knihy — autoři uvádějí nejen typické úlohy s ekonomickou tematikou, ale i řadu úloh fyzikálních (např. v optice, pružnosti, rovnováze mechanických systémů), aplikace algebraické a geometrické, optimalizace nákladů na práci počítače a úlohu o optimálním řízení. Zajímavé jsou též příklady na celočíselné nelineární programování.

V teorii konvexního programování autoři odvozuji globální i lokální podmínky pro optimum, studují vlastnosti množiny optimálních řešení, meze pro optimální hodnotu účelové funkce a odvozuji slabou větu o dualitě. Zvláštní odstavec je věnován nutným a postačujícím podmínkám pro optimum pro dvakrát diferencovatelné nekonvexní funkce. Podrobně se autoři zabývají konvexními úlohami s nelineárními omezeními. Z numerických postupů uvádějí detailně (včetně důkazů konvergence a numerického příkladu) pouze metodu sečné nadroviny.

Třetí kapitola podává ucelený přehled o konvexním kvadratickém programování. Autoři využívají obecných výsledků předchozí kapitoly; podrobně studují různé modifikace úloh a dualitu. Pro numerické řešení úlohy kvadratického programování odvozuji vedle metody sečné nadroviny též Wolfeho algoritmus.

Ve čtvrté kapitole autoři studují vztah mezi Čebyševovou aproximací a optimalizací, s aplikací v teorii diferenciálních rovnic. Podrobně ukazují různé možnosti převedení diskretní Čebyševovy aproximace na úlohu lineárního programování a uvádějí řadu aproximačních úloh různých typů. Vysvětlují též vztahy mezi úlohou o separaci a úlohou o aproximaci a optimalizaci. Tato kapitola je zřejmě ukázkou toho, jak lze osvětlit souvislosti a vztahy mezi jednotlivými matematickými disciplínami.

Pátá kapitola je věnována teorii her. Kromě maticových her (včetně minimaxové věty a metody řešení her pomocí lineárního programování) obsahuje i některé elementy her  $n$ -osob. Pro nekooperativní hry uvádí větu o existenci rovnovážného bodu, v případě kooperativních her  $n$ -osob s nulovým součtem se zabývá charakteristickými funkcemi a jejich vlastnostmi.

V apendixu jsou dokázány věty o oddělitelnosti pro konvexní množiny a existenční věty pro kvadratické programování. Na závěr je uvedeno 14 příkladů, vesměs s realistickým zadáním, a jejich řešení.

Kniha je napsána velmi srozumitelně; přispívá k tomu skutečnost, že všechna tvrzení jsou dokázána a že se autoři vyhnuli partím, které nelze stručně a srozumitelně vysvětlit při zachování striktně matematického pojetí výkladu (např. algoritmy pro řešení úloh nelineárního programování, dynamického programování, Pontrjaginův princip maxima). V některých částech požadavky poněkud překračují běžně předpokládaný rámec základů lineární algebry a matematické analýzy. Autoři vždy upozorňují na složitost problematiky a citují příslušnou speciální literaturu.

Všechny postupy jsou ilustrovány na numerických příkladech. O možnostech použití jednotlivých metod se čtenář může přesvědčit na řadě nestandardních příkladů. Jejich volbě autoři věnovali velkou péči. Vycházeli z názoru, že právě sepětí teorie a praxe umožnilo nevidaný rozvoj optimalizačních metod v posledních letech.

*Jitka Dupačová*

*Gerhard Seegmüller: EINFÜHRUNG IN DIE SYSTEMPROGRAMMIERUNG.* Reihe Informatik 11. Bibliographisches Institut 1974, Zürich, 480 stran, 83 obrázků v textu.

Úvod do systémového programování od profesora informatiky dr. Gerharda Seegmüllera z university v Mnichově je dílem velice pozoruhodným. Autor poprvé představuje systémové programování jako samostatnou část matematické informatiky. Srozumitelně vykládá obsah a problematiku tohoto oboru. Nejen že nezakrývá, ale naopak průhledně uvádí spojitost metod systémového programování a „selského rozumu“. Snaží se, aby čtenář pochopil, že pokrok v systémovém programování leží hlavně v intuici „inženýrů“, ale že není možné opomenout matematické metody. Z didaktických důvodů sleduje některé etapy historického vývoje.

Kniha je určena čtenáři, který už má nějaké praktické zkušenosti s jednoduchými programy. Z matematiky se předpokládají pouze elementární znalosti z teorie množin. Kdo má částečný přehled o rekurzivních funkcích, Turingových strojích, formálních jazycích, automatech, algoritmických jazycích a grafech, pochopí důležitost těchto oborů pro programování. Nechť se v žádném případě nenechá odradit programátor „praktik“, pro kterého je kniha hlavně určena — přiblíží ho k důležitosti těchto disciplin a podnítl ho k hlubšímu zájmu. Knižka je psána velice srozumitelně a vyváženě. Lze říci, že nic není opomenuto ani naopak rozvláčně uváděno. Je možné ji plně doporučit každému, kdo se zajímá hlouběji o programování.

V. 1. kapitole jsou úvodem zavedeny základní pojmy — algoritmus, program, formální jazyk, programovací jazyk, Turingův stroj. Nutností popisu textových řetězců, které hrají v programování důležitou roli, se motivuje zavedení modifikované Backusovy notace. Snaha po přesném popisu počítače, struktur dat a soustav programů motivuje zavedení vídeňské notace. Obě notace a souvislost gramatik a konečných automatů jsou konkrétně zavedeny a tvoří podstatu kapitoly.

Ve 2. kapitole se na základě vídeňské notace zavádí hypotetický počítač M1 (asi na úrovni počítačů do roku 1960). Pomocí Backusovy notace jsou definovány gramatiky strojových jazyků S1 a S2. Jsou objasněny základní programovací techniky až do úrovně cyklu, podprogramu a korutin a vysvětlen pojem překladu a překladače. Na základě logicky vydedukovaných nedostatků jazyků S1, S2 jsou opět pomocí Backusovy notace definovány gramatiky jazyků S4, S5 (jednoduchý assembler) a S6 (dokonalejší assembler). Je věnována pozornost práci s daty a zavedeny základní pojmy seznam, atom, směrník apod. Opomenuty nejsou ani číselné konverze. Tato postupná výstavba užívaného a potřebného aparátu končí přirozeně přípravou přeloženého programu. Závěr kapitoly je věnován vyšším programovacím jazykům a různým přístupům k analýze závorkových struktur (aritmetický výraz) a jejich překladu. Jsou zavedeny pojmy zásobníku, rekurzivní funkce, interpretace programu a metoda bootstrappingu.



Ve 3. kapitole vzniká na základě nahromaděných výhrad k počítači M1 (chybí přerušení, privilegované instrukce apod.) dokonalejší počítač M2 (opět na základě definice pomocí vídeňské notace). Pro něj je vypracován i dokonalejší jazyk S7 (Backusova notace), který obsahuje i příkazy pro průběh jobu. Dalším pojmem je multiprogramování a problémy s ním související — přidělování periférií, přístup k datům, reentrantnost programů aj. Pozornost je věnována i systému práce více uživatelů z terminálů současně a dialogovému způsobu práce. Závěrem se autor dostává až k metodám stránkování a segmentace programů. Vyvrcholením úvah je počítač M3, již dokonalý „soudobý“ počítač.

*Josef Hojdar*

ALGEBRA FÜR EDV. Walter de Gruyter & Co. Berlin—New York, 1974, str. 159.

Kniha je učebnicí základního přístupu k práci se samočinným počítačem a základních pojmů, které potřebuje člověk, se samočinným počítačem spolupracující. Jelikož se jedná o učebnici programovanou a s takovými na našem pracovišti nemáme zkušenosti, nemohu knihu po této stránce hodnotit.

Učebnice začíná skutečně od nejelementárnějších pojmů, tj. od čísla, číslice atd. Toto a i forma celé knihy vnučuje otázku, pro koho je učebnice vlastně určena. Podle autorů pro budoucí EDV — odborníky (Elektronische Daten Verarbeitung) a programátory, řešitele a koordinátory problémů, kteří musí nějak spolupracovat se samočinnými počítači. Toto by však podle mého názoru měli být lidé alespoň se středoškolským vzděláním, tedy měli by mít jisté základy matematiky (i když mnohdy již velmi chatrné) a jistou dávku inteligence. Z tohoto důvodu se mi zdá, že učebnice je psána příliš „polopaticky“. V případě však, že autoři si kladli za cíl přiblížit samočinné počítače i lidem, kteří již matematiku zcela zapoměli, pak je to asi správná cesta. Kromě toho zřejmě nelze ani přehlížet snahu učinit učení zábavou.

Učebnice si klade za cíl naučit čtenáře formulovat výpočty tak, aby je bylo možno zpracovávat na samočinných počítačích a rozumět číselným soustavám používaným samočinnými počítači.

Kromě toho se však učebnici patrně ještě podaří učinit čtenáři představu, jak asi (nikoliv po technické stránce) samočinný počítač pracuje.

*Jan Karnolt*