

Aplikace matematiky

Věra Preiningerová

Otázky konvergence při řešení parciálních diferenciálních rovnic pomocí samočinných počítačů

Aplikace matematiky, Vol. 12 (1967), No. 3, 171–(182a),183–184

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103087>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1967

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

OTÁZKY KONVERGENCE PŘI ŘEŠENÍ PARCIÁLNÍCH
DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC POMOCÍ SAMOČINNÝCH POČÍTAČŮ

VĚRA PREININGEROVÁ

(Došlo dne 12. srpna 1966.)

1. ŘEŠENÝ PROBLÉM

S problémy konvergence řešení parciálních diferenciálních rovnic na samočinných počítačích jsme se setkali při výzkumu početních metod, týkajících se chlazení transformátorů. Cílem úkolu bylo najít matematický způsob stanovení součinitelů přestupu tepla v chladicích kanálech polohového vinutí olejových transformátorů a závislosti těchto součinitelů na různých faktorech (např. na radiální šířce kanálu, na tvaru a počtu rozpěrek, na druhu užitého oleje a izolace atd.) a tím získat potřebné informace pro optimalisační účely.

Střední hodnotu přestupního součinitele pro uvažovaný kanál určujeme ze vztahu

$$(1) \quad \alpha = \frac{w}{\vartheta_{st} - \vartheta_m},$$

kde α = koeficient přestupu tepla,

w = tepelné zatížení stěny vinutí,

ϑ_{st} = teplota stěny vinutí,

ϑ_m = vážená střední teplota oleje v kanále, definovaná výrazem

$$(2) \quad \vartheta_m = \frac{\int_0^X \int_0^Y v_z(x, y) \vartheta(x, y) dx dy}{X \cdot Y \cdot v'_z}.$$

V tomto výrazu X a Y jsou rozměry kanálu a v'_z je aritmetická střední rychlost oleje v kanále.

Ve vztahu (1) jsou známými veličinami tepelné zatížení w a teplota stěny ϑ_{st} . Pro určení třetí veličiny v tomto vztahu, vážené střední teploty ϑ_m je třeba znát,

jak je zřejmé z výrazu (2), celé rychlostní a teplotní pole v kanále a pro určení teplotního pole v kanále je třeba vyřešit teplotní pole i v přilehlých izolačních oblastech.

Hodnoty rychlosti a teploty ve všech bodech uvažované oblasti získáváme řešením základních rovnic rychlostního a teplotního pole.

Základní rovnice rychlostního pole v kanále:

$$(3) \quad \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} = -\frac{1}{\eta} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - sg(\vartheta_{(x,y)} - \vartheta') + \frac{d\eta}{d\vartheta} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) \right].$$

Základní rovnice teplotního pole v izolačních oblastech:

$$(4) \quad \lambda_x \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0.$$

Základní rovnice teplotního pole v kanále:

$$(5) \quad \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = \frac{c_Q}{\lambda_0} v_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = \frac{c_Q}{\lambda_0} v_z \frac{\partial \vartheta_m}{\partial z} = \frac{w}{\lambda_0} \frac{u}{XY} \frac{v_z}{v'_z}.$$

Tyto rovnice popisují teplotní a rychlostní pole, vznikající v poměrně dlouhých a hladkých vertikálních kanálech, v nichž proudí chladicí tekutina v režimu laminárního proudění. Typický tvar oblastí, v nichž je třeba řešit rychlostní a teplotní pole, vidíme na obr. 1a a 1b. V obou případech je to elementární systém, jehož opakováním (popř. opakováním jeho zrcadlového obrazu) v radiálním a obvodovém směru je tvořen celý horizontální řez polohovým vinutím. Na obr. 1a je to elementární systém polohového vinutí s měkkou balenou izolací, na obr. 1b elementární systém vinutí s tvrdým izolačním válcem.

Při sestavování základních rovnic bylo třeba respektovat tyto okolnosti:

1. Stěny kanálů jsou tvořeny materiály o špatné tepelné vodivosti, takže nemohou být pokládány za izotermické.

2. Pravoúhlý průřez kanálů způsobuje nestejnou přestupu tepla na obvodu kanálu i v případě, že stěny jsou izotermické.

3. Materiály stěn kanálu mohou být anizotropní.

4. Hustota a zvláště viskozita transformátorového oleje je silně závislá na teplotě.

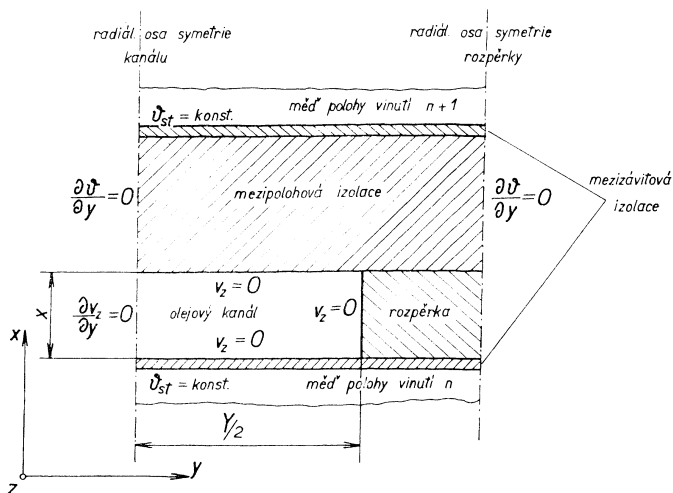
Zjednodušující předpoklady, které při řešení zavádíme:

a) Zanedbáváme rozdílnou délku chladících kanálů a rozdílný průměr jednotlivých poloh.

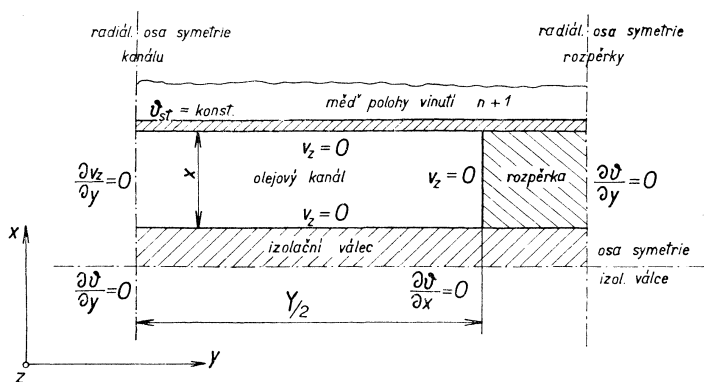
b) Vzhledem k tomu, že průměr zaoblení jednotlivých poloh vůči šířce kanálu je značný, zanedbáváme toto zaoblení a při řešení se omezujeme na kanály a celé oblasti pouze pravoúhelníkového charakteru. To nám rovněž umožňuje užívat pravoúhelního systému souřadnic.

c) Teplota mědi (stěny vinutí) ϑ_s , je pro sousední polohy tatáž.

- d) Ve směru z se teplo přenáší jen prouděním oleje.
 e) Teplo, vznikající třením a dielektrickými ztrátami, je zanedbatelné.
 f) Průběh teploty a tepelného toku je spojitý.
 g) Předpokládáme naprosto ustálený teplotní a rychlostní profil oleje v kanále.



Obr. 1a. Elementární systém polohového vinutí s izolací z měkkého baleného papíru.



Obr. 1b. Elementární systém polohového vinutí s tvrdým izolačním válcem.

Z těchto předpokladů je nejdůležitější poslední – předpoklad ustáleného teplotního a rychlostního profilu – neboť nám v podstatě umožňuje řešitelnost celé úlohy tím, že převádí problém z trojrozměrného na dvojrozměrný. Z hlediska rychlosti tento předpoklad znamená, že složky rychlosti ve směru x a y , v_x a v_y , jsou zanedbatelné

malé a změny rychlosti v_z ve směru proudění jsou rovněž zanedbatelné ve srovnání se změnami v_z ve směru os x a y , takže $\partial v_z / \partial z = 0$.

Z hlediska teploty je to předpoklad konstantního množství tepla, přitékajícího do kanálu, na jednotku délky ve směru proudění, z čehož plyne, že teplota ve směru proudění roste lineárně. Je to tedy předpoklad afinně podobných teplotních profilů ve výšce z . Tím rozumíme, že složky gradientu teploty ve směru z , $\partial \vartheta / \partial z$ (včetně $\partial \vartheta_m / \partial z$) nejsou závislé na x a y a mění se jen nepatrně se z .

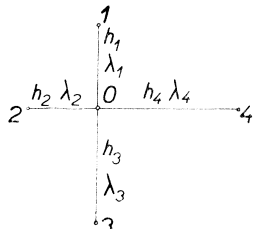
Uvažujeme pouze časově ustálené jevy.

Význam jednotlivých členů v základních rovnicích (3), (4) a (5):

- v_z = složka rychlosti ve směru osy,
- η = dynamická viskozita oleje. Pro výpočet nahrazujeme křivku $\eta = f(\vartheta)$ zjištěnou měřením, polynomem 4. stupně metodou minimalizace čtverců odchylek podle vztahu $\eta = c_1 \vartheta^4 + c_2 \vartheta^3 + c_3 \vartheta^2 + c_4 \vartheta + c_5$. Konstanty $c_1 \div c_4$ pak užíváme rovněž pro stanovení $d\eta/d\vartheta$,
- P = celkový tlak působící na kapalinu v kanále (zahrnuje účinek čerpadla i vzlaku),
- s = sklon závislosti hmota/teplota užitého oleje,
- g = gravitační zrychlení,
- $\vartheta_{(x,y)}$ = teplota v bodě x, y ,
- ϑ' = aritmetická střední teplota oleje v kanále,
- λ_x, λ_y = tepelná vodivost ve směru os x, y ,
- λ_0 = tepelná vodivost oleje (ve všech směrech stejná),
- c = specifické teplo,
- ϱ = specifická hmota (hustota),
- u = vytápěná část obvodu kanálu,
- X, Y = rozměry kanálu.

2. ZPŮSOB VÝPOČTU

Po matematické stránce tvoří základní rovnice rychlostního a teplotního pole soustavu dvou simultánních nelineárních parciálních diferenciálních rovnic s okrajovými podmínkami Dirichletova a Neumannova typu.



Obr. 2. Orientace bodů ve vztahu (6).

V oblasti kanálu má rychlostní i teplotní rovnice tvar Poissonův, v oblasti izolace a rozpěrky, kde rychlost je nulová, má teplotní rovnice Laplaceův tvar. Numerické řešení jsme prováděli pomocí samočinného počítače metodou sítí. Vzhledem ke tvaru řešení oblastí jsme užili pravoúhlé sítě s obecně různou velikostí oka. K přepisu Neumannovy okrajové podmínky jsme užili principu symetrie pomocí řady fiktivních uzlů. Pro určení hodnoty funkce v libovolném bodě 0 při obecně různém

kroku h a různé tepelné vodivosti λ ve všech čtyřech směrech (viz obr. 2) jsme užívali vztahu (6)

$$(6) \quad \frac{2}{h_1 + h_3} \left(\frac{f_1 - f_0}{h_1} \lambda_1 + \frac{f_3 - f_0}{h_3} \lambda_3 \right) + \\ + \frac{2}{h_2 + h_4} \left(\frac{f_2 - f_0}{h_2} \lambda_2 + \frac{f_4 - f_0}{h_4} \lambda_4 \right) = \psi_0 .$$

V bodech, ležících na hranici oblastí s různými hodnotami λ jsme uvažovali tepelnou vodivost rovnou aritmetickému středu hodnot tepelných vodivostí v obou sousedících oblastech.

Řešení bylo nutno provádět iterační metodou, postupným opravováním hodnot funkce ve všech bodech. Na začátku výpočtu bylo třeba přiřadit každému bodu v řešené oblasti zvolenou hodnotu funkce – nultou iteraci. V případech, kdy jsme neznali přesnější odhad, vycházeli jsme z nulté iterace konstantní v celé řešené oblasti. Většinou jsme předpokládali teplotu ve všech bodech rovnou teplotě stěny vinutí a rychlost ve všech bodech nulovou. Bylo-li však již k dispozici vyřešené pole s podobnými vstupními parametry, vycházeli jsme z toho pole jako z nulté iterace, doba výpočtu se tím podstatně zkrátila.

Výpočet jsme pokládali za dokončený, byla-li v kontrolním bodě 0 jak teplotního, tak rychlostního pole ve dvou po sobě následujících iteracích

$$(7) \quad |f_{0_{(n-1)iter.}} - f_{0_{n-tá iter.}}| < \varepsilon ,$$

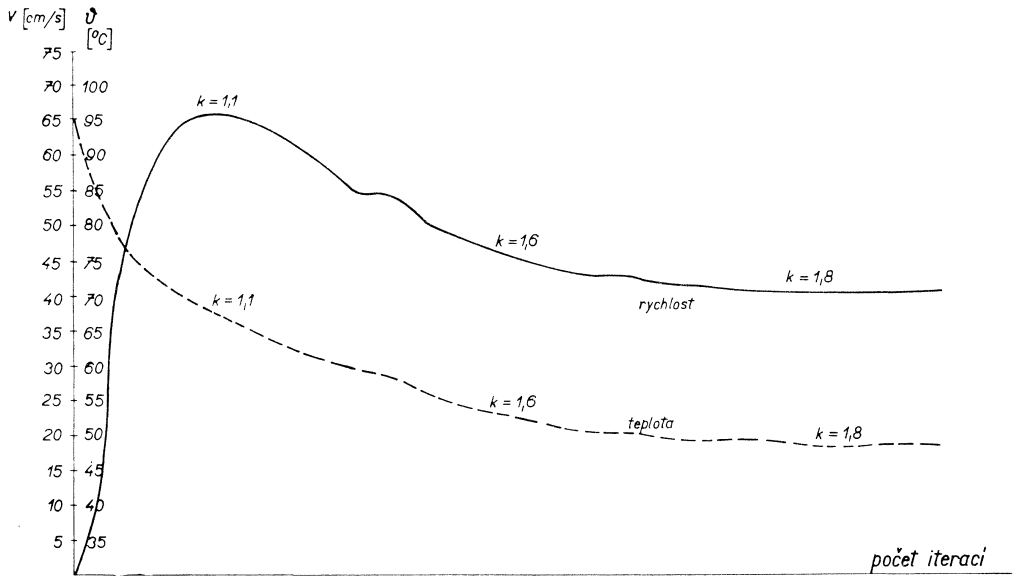
kde ε = zvolené malé číslo, charakterizující přesnost řešení. Při našich výpočtech jsme obvykle užívali hodnotu $\varepsilon = 0,005^\circ\text{C}$ resp. cm/s .

Během výpočtu jsme při dosazování hodnot funkce v okolních bodech, z důvodů zkrácení potřebného strojního času, užívali „metody právě nalezených hodnot“.

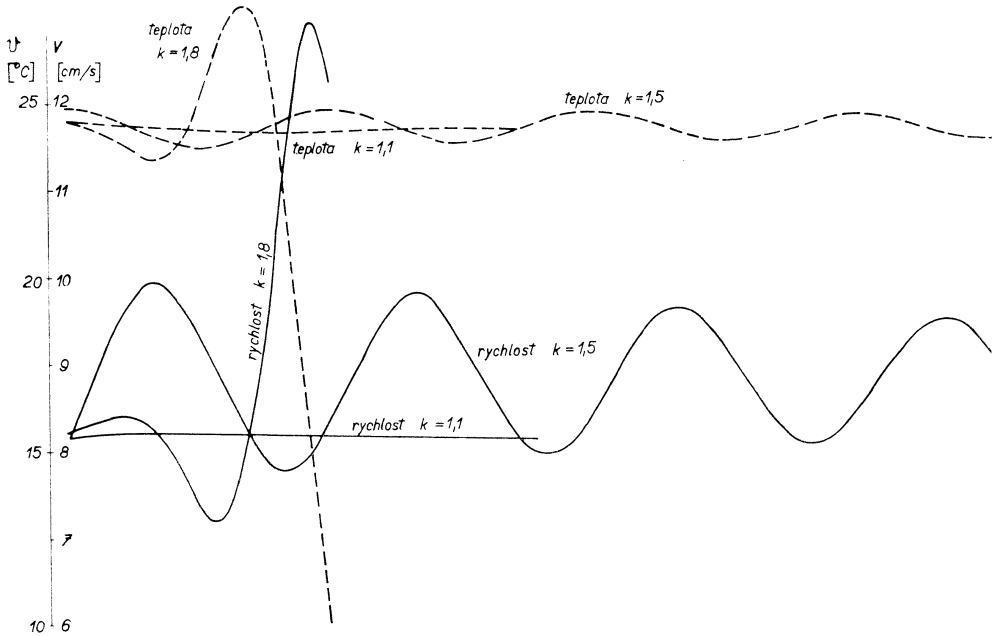
3. KONVERGENCE ŘEŠENÍ

Při prvních výpočtech jsme užívali při řešení běžné Gauss-Seidelovy iterační metody. Řešení však pomalu konvergovalo a vyžadovalo neúnosné množství strojního času. (Při počtu bodů sítě větším než tisíc, což je v našich případech běžné, trval výpočet na stroji National Elliott 803 B osm až deset, i více hodin.)

Rozhodli jsme se proto k řešení užít superrelaxační metody. Tato metoda se ve většině případů osvědčila lépe než metoda Gauss-Seidelova, její výhodnost však je silně závislá na volbě velikosti superrelaxačního koeficientu k . Při užití příliš nízkého koeficientu k se nám nepodaří konvergenci dostatečně urychlit, při volbě velkého k hrozí zejména na počátku výpočtu, že se soustava rozkmitá a může přejít dokonce do labilního stavu. Odhadnout předem nejvhodnější hodnotu superrelaxačního koeficientu je velmi obtížné. Proto se nám nejlépe osvědčilo užívat při řešení

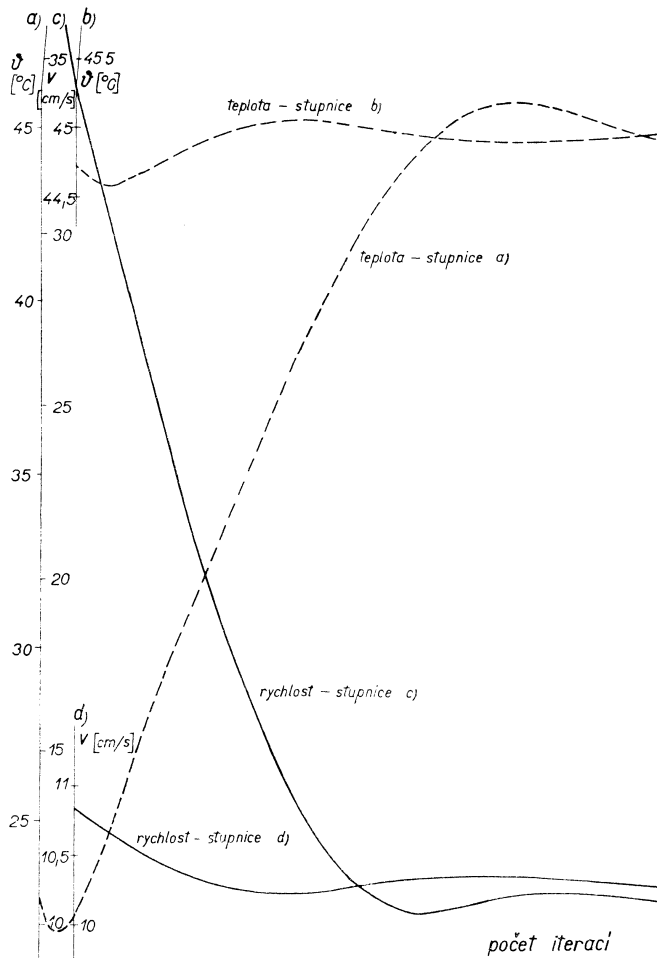


Obr. 3. Typický průběh konvergence při řízené superrelaxaci.



Obr. 4. Vliv volby koeficientu superrelaxace na počátku výpočtu na průběh konvergence.

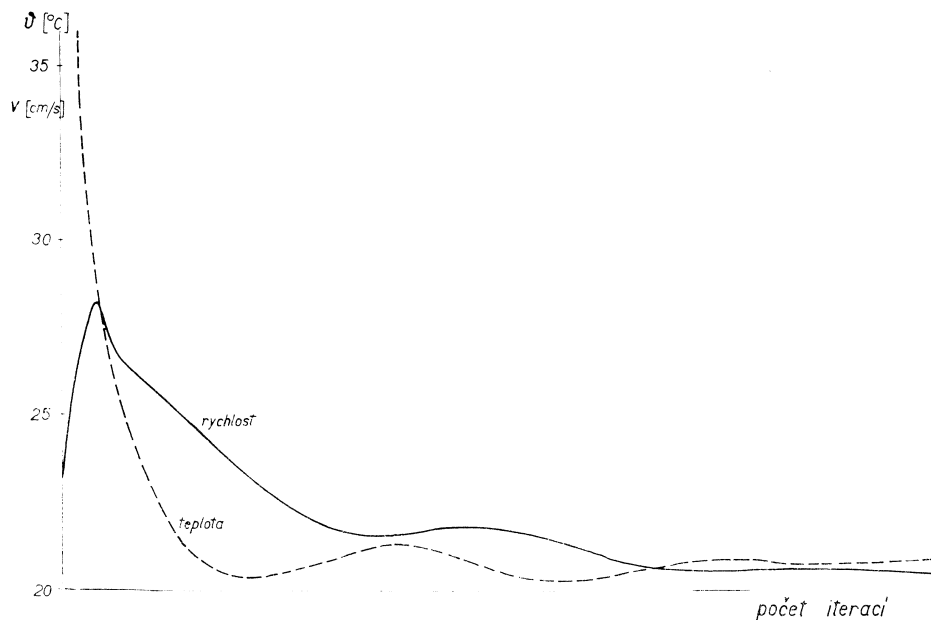
tzv. „řízené superrelaxace“, tj. měnit hodnotu koeficientu k podle potřeby během výpočtu. Na začátku výpočtu, kdy je největší nebezpečí rozkmitání, jsme obvykle



Obr. 5. Průběh konvergence při užití konstantního superrelaxačního koeficientu $k = 1,5$ (obdélníkový kanál s poměrem stran 6/1). (Křivka teploty dle stupnice b) je pokračováním křivky teploty dle stupnice a) a křivka teploty dle stupnice d) je pokračováním křivky teploty dle stupnice c).)

volili $k = 1$ až 1,1 a postupně jsme zvyšovali na 1,5 až 1,8. Program výpočtu pro samočinný počítač byl přizpůsoben pro snadné měnění velikosti k . Typický průběh konvergence při této „řízené superrelaxaci“ vidíme na obr. 3.

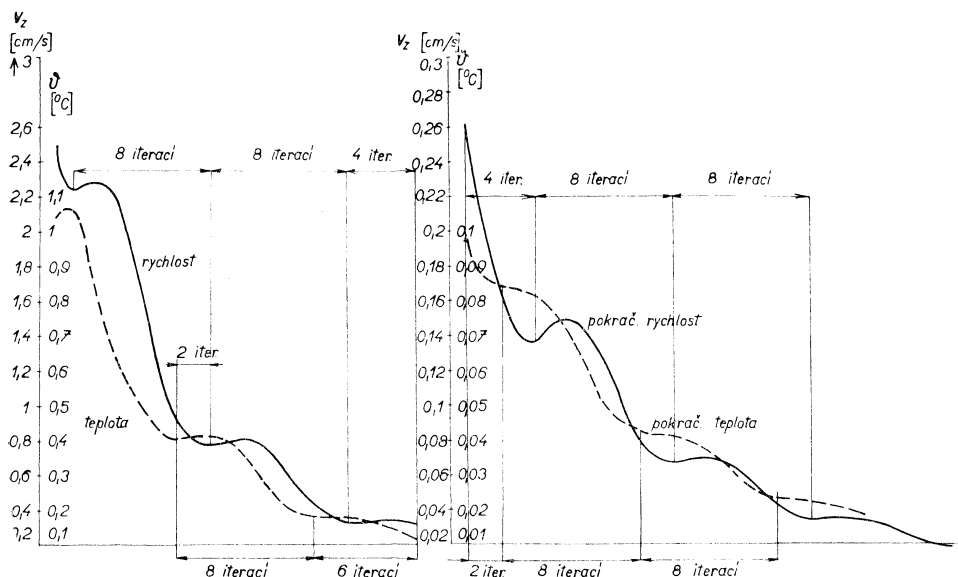
Vliv volby superrelaxačního koeficientu na průběh konvergence na počátku výpočtu je zřejmý z obr. 4. Při volbě $k = 1,8$ se řešení rozkolísá tak, že teplota klesá až do záporných hodnot, kde např. viskozita již není definována. Při volbě $k = 1,5$ dostáváme poněkud přijatelnější průběh řešení, pomalu se ustalující kmity. Nejlepší průběh však v tomto případě dostáváme pro $k = 1,1$ – po 28 iteračních krocích je výpočet dokončen. V tomto případě jsme vycházeli z nulté iterace nekonstantní, velmi podobné konečnému řešení.



Obr. 6. Průběh konvergence při užití konstantního superrelaxačního koeficientu $k = 1,5$ (obdélníkový kanál s poměrem stran 3/1).

V některých případech se stávalo, že strojní čas byl méně vzácný a drahý než čas programátora, který by u stroje sledoval průběh konvergence a měnil superrelaxační koeficient podle potřeby. V těch případech jsme zpravidla používali konstantní hodnotu $k = 1,5$ nebo $1,6$. Tento postup se poměrně dobře osvědčoval při výpočtech jednoduchých případů, např. u prostých obdélníkových vytápěných kanálů bez přilehlých izolačních oblastí. Dva takové případy průběhu konvergence při užití konstantní hodnoty k vidíme na obr. 5 a 6. Přesto však bylo třeba provést alespoň občasnou kontrolu konvergence, neboť některé případy při užití tohoto postupu zůstaly nedopočteny – jejich konvergence probíhala v pravidelných cyklech, které se ustalovaly velmi pomalu. Kritérium dopočtení, rozdíl hodnot ve dvou následujících iteracích, nemohlo být splněno i když střední hodnota rychlosti a teploty se již

neemňila. Užítím nižší hodnoty superrelaxačního koeficientu bylo možno toto kmitání ztlumit.



Obr. 7. Průběh konvergence rozdílů hodnot teploty a rychlosti v následujících iteracích.

I u případů, kde konvergence probíhá dobře, projevuje se tento sklon k pravidelnému kmitání v průběhu diferencí následujících iterací rychlosti a teploty. Jeden takový průběh uvádíme na obr. 7.

U všech těchto výpočtů jsme užívali postupu, který nazýváme „iteracemi v jedné úrovni“ a který spočívá v tom, že počítač postupně v každém bodě řeší vztahy $(n + 1)$ aproximace pro rychlost i pro teplotu na základě n -té aproximace. Rovnováha v určitém bodě při tomto postupu, jak pro rychlost tak pro teplotu, platí vždy pouze v okamžiku jeho řešení a hned vzápětí, při výpočtu ve vedlejším bodě již je porušena. Rovnováha v celém poli je dosažena až na konci výpočtu.

V době, kdy jsme řešili problém zrychlené konvergence při zachované stabilitě řešení, zkoušeli jsme též postup, který by bylo možno nazvat „iteracemi ve dvou úrovních“ nebo „iteracemi ve velkých krocích“. Tento postup spočíval v tom, že jsme nejprve pomocí několika iterací nižší úrovně až do úplného ustálení vypočetali $(n + 1)$ aproximaci rychlostního pole na základě n -té aproximace teplotního pole, pomocí takto získaného rychlostního pole jsme opět až do úplného ustálení vyřešili $(n + 1)$ aproximaci teplotního pole atd. Dvěma úrovněmi iterací zde rozumíme malé iterace při ustalování zvlášť rychlostního a teplotního pole a velké iterace mezi rychlostním a teplotním polem při ustalování celé simultánní soustavy. Tento

Tabulka I. Vstupní údaje případů,

Vstup. veličina		Případ	Obr. 3	Obr. 4 ²⁾
konstanty polynomu viskozity	c_1		$0,41469499 \cdot 10^{-10}$	$0,41469499 \cdot 10^{-10}$
	c_2		$-0,97397432 \cdot 10^{-8}$	$-0,97397432 \cdot 10^{-8}$
	c_3		$0,87406303 \cdot 10^{-6}$	$0,87406303 \cdot 10^{-6}$
	c_4		$-0,37380160 \cdot 10^{-4}$	$-0,37380160 \cdot 10^{-4}$
	c_5		$0,71487960 \cdot 10^{-3}$	$0,71487960 \cdot 10^{-3}$
konstanty v základ- ních rovnicích	$\partial P/\partial z$		$1 \cdot 10^2$	$0,8 \cdot 10^{-2}$
	$s \cdot g$		$-6,4 \cdot 10^{-4}$	$-6,4 \cdot 10^{-4}$
	$w/\lambda_0 \cdot u/XY$		48,2	142,5
hodnoty tepelných vodivostí	λ_{rx}		$2,5 \cdot 10^{-3}$	0
	λ_{ry}		$2,5 \cdot 10^{-3}$	0
	λ_0		$1,4 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$
	λ_{i1x}		$1,5 \cdot 10^{-3}$	0
	λ_{i1y}		$1,5 \cdot 10^{-3}$	0
	λ_{i2x}		$2,5 \cdot 10^{-3}$	0
	λ_{i2y}		$2,5 \cdot 10^{-3}$	0
číslo kontrolního bodu ¹⁾	k. bod tepl.		372	107
	k. bod rychl.		290	107
počet úseků v jednotlivých oblastech	ve směru x	G1	2	0
		G2	8	30
		G3	2	0
		G4	0	0
	ve směru y	F1	50	5
		F2	4	0
kroky v síti	h_1		0,03	0
	h		0,2	0,2
multá iterace			konstantní	nekonstantní
teplota stěny vinutí			95	84
druh pole			vinutí s tvrdým izolačním válcem	obdélníkový kanál bez izol. oblastí

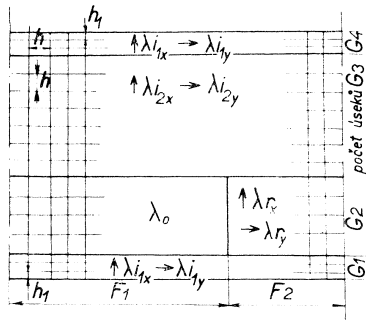
¹⁾ Při určování čísla kontrolního bodu byly započteny i fiktivní body.

uváděných na obr. 3 až 8

Obr. 5 ²⁾	Obr. 6 ²⁾	Obr. 7	Obr. 8	
$0,41469499 \cdot 10^{-10}$ $-0,97397432 \cdot 10^{-8}$ $0,87406303 \cdot 10^{-6}$ $-0,37380160 \cdot 10^{-4}$ $0,71487960 \cdot 10^{-3}$	$0,41469499 \cdot 10^{-10}$ $-0,97397432 \cdot 10^{-8}$ $0,87406304 \cdot 10^{-6}$ $-0,37380160 \cdot 10^{-4}$ $0,71487960 \cdot 10^{-3}$	$0,41469499 \cdot 10^{-10}$ $-0,97397432 \cdot 10^{-8}$ $0,87406303 \cdot 10^{-6}$ $-0,37380160 \cdot 10^{-4}$ $0,71487960 \cdot 10^{-3}$	$0,25999122 \cdot 10^{-10}$ $-0,73277337 \cdot 10^{-8}$ $0,77174224 \cdot 10^{-6}$ $-0,37354542 \cdot 10^{-4}$ $0,77101577 \cdot 10^{-3}$	
$0,8 \cdot 10^{-2}$ $-6,4 \cdot 10^{-4}$ 166,6	$1 \cdot 10^{-2}$ $-6,4 \cdot 10^{-4}$ 95	$1,25 \cdot 10^{-3}$ $-4 \cdot 10^{-5}$ 4,81	$1,09 \cdot 10^{-2}$ $-6,15 \cdot 10^{-4}$ 119	
0 0 $1,4 \cdot 10^{-3}$ 0 0 0 0	0 0 $1,4 \cdot 10^{-3}$ 0 0 0 0	$2,5 \cdot 10^{-3}$ $2,5 \cdot 10^{-3}$ $1,25 \cdot 10^{-3}$ $2 \cdot 10^{-3}$ $2 \cdot 10^{-3}$ $2 \cdot 10^{-3}$ $2 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-3}$ $5,13 \cdot 10^{-3}$ $1,4 \cdot 10^{-3}$ $1,26 \cdot 10^{-3}$ $3,74 \cdot 10^{-3}$ $1,26 \cdot 10^{-3}$ $3,94 \cdot 10^{-3}$	
212 212	107 107	82 34	84 32	
0 60 0 0	0 30 0 0	2 5 9 2	2 5 9 2	
5 0	5 0	12 4	12 4	
0 0,1	0 0,2	0,03 0,25	0,03 0,25	
nekonstantní	nekonstantní	nekonstantní	a), b) konst.	c) nekonst.
70	70	95	95	
obdélníkový kanál bez izol. oblastí	obdélníkový kanál bez izol. oblastí	vinutí s měkkou balenou izolací	vinutí s měkkou balenou izolací	

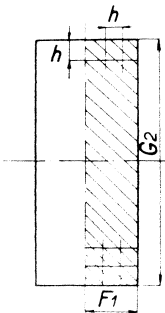
²⁾ Při výpočtu obdélníkových kanálů bylo řešeno rychl. a teplot. pole v polovině průřezu kanálu, vyšrafované na obr. 10.

postup se však ukázal nestabilní, jak se můžeme přesvědčit na obr. 8. Průběh iterací se postupně rozkmitával, až ve 12. velké iteraci se velikost kmitů ustálila, výchyšky rychlosti i teploty se pravidelně opakovaly a jejich velikost byla konstantní. Řešení bylo touto cestou nedosažitelné. Při tomto výpočtu jsme vycházeli z konstantní nulté iterace a užili jsme superrelaxačního koeficientu $k = 1,5$. Výpočet jsme opakovali ještě s $k = 1,0$, ale přesvědčili jsme se, že velikost superrelaxačního koeficientu ovlivňuje pouze počet iterací nižší úrovně, potřebných pro ustálení rychlostního či teplotního pole, ale neovlivňuje iterace vyšší úrovně, takže při volbě nižšího k dospějeme ke stejnému výsledku jako při volbě vyššího k , ale za delší dobu.



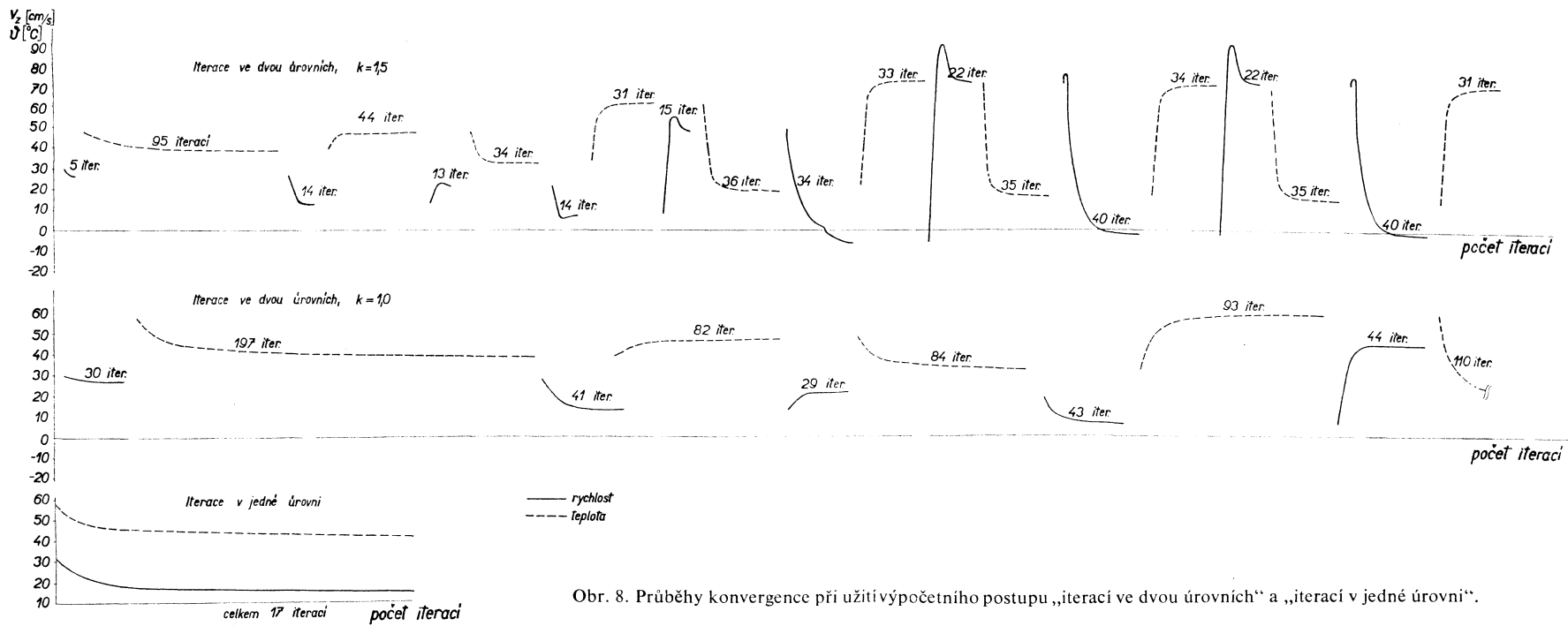
Obr. 9. Objasnění symbolů v tab. 1 na případě vinutí s měkkou balenou izolací. (U případě s tvrdým izolačním válcem je užití symbolů obdobné, pouze G_3 odpovídá počtu úseků v izolačním válci.)

Pro srovnání je na obr. 8 uveden ještě průběh konvergence téhož případu, řešeného však metodou „iterací v jedné úrovni“. Rozdíl je pouze v tom, že zde jsme vycházeli z nekonstantní nulté iterace. Kdybychom byli užili konstantní nulté iterace jako při postupu „iteracemi ve dvou úrovních“, bylo by řešení trvalo poněkud déle. Přesto však srovnání obou metod je na tomto obrázku velmi názorné.



Obr. 10. Obdélníkový kanál bez izolačních oblastí, (řešená oblast šrafovaná).

Aby bylo případně možno užít těchto našich výsledků jako experimentálního materiálu při studiu problematiky superrelaxační metody v nelineárních rovnicích, uvádíme v tabulce č. 1 vstupní údaje, odpovídající případům na obr. 3–8. Význam označení jednotlivých vstupních veličin je zřejmý z obr. 9 a 10.



Obr. 8. Průběhy konvergence při užití výpočetního postupu „iterací ve dvou úrovních“ a „iterací v jedné úrovni“.

Резюме

ВОПРОСЫ СХОДИМОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПРИ ПОМОЩИ АВТОМАТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

ВЕРА ПРЕЙНИНГЕРОВА (VĚRA PREININGEROVÁ)

Статья посвящена вопросам сходимости при решении нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных при помощи вычислительных машин. Сведения, приведенные в статье, обнаружены при расчете перехода тепла в охлаждающих каналах цилиндрической обмотки трансформаторов с целью оптимализации. При этих расчетах надо было заниматься решением поля скоростей и теплового поля в каналах, что привело к системе двух эллиптических симультанных дифференциальных уравнений в частных производных с сильно нелинейными правыми частями. В решаемых примерах встретились краевые условия типа Дирихле и Нейманна. Ввиду прямоугольной формы решаемых областей были использованы сетки формы прямоугольника с большим числом вершин. Наиболее удобным оказался сверхрелаксационный метод, а именно, смотря по обстоятельствам, или с постоянным или с переменным значением сверхрелаксационного коэффициента.

В статье приведен ряд случаев, а именно: задание, результаты и характер сходимости решения в зависимости от выбора различных способов решения или различных значений сверхрелаксационного коэффициента.

Summary

ON CONVERGENCE BY COMPUTER SOLVING OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

VĚRA PREININGEROVÁ

The paper deals with problems of convergence when solving partial differential equations by computers. Experiences given in the paper were obtained during calculations of heat transfer in the cooling ducts of transformer windings. Here the temperature as well as velocity field inside the ducts were to be solved, leading to a system of two simultaneous elliptic partial differential equations with strongly nonlinear right-hand sides. In the investigated examples the boundary conditions were of the Dirichlet's and Neumann's type. As the solved regions were of rectangular form rectangular nets with a great number of net-points were used. Over-relaxation method was found to be the most suitable for solving this problem.

According to given conditions the overrelaxation coefficient value was taken either constant or variable.

In the paper there are many examples together with their solutions as well as the course of solution's convergence for different procedures or different values of the overrelaxation coefficient.

Adresa autorky: Ing. Věra Preiningerová CSc., Výzkumný ústav silnoproudé elektrotechniky, Revoluční 28, Praha 1.