Ivan Hlaváček; Mircea Predeleanu

Sur l'existence et l'unicité de la solution dans la théorie du fluage linéaire. II. Second problème aux limites

Aplikace matematiky, Vol. 10 (1965), No. 5, 391–398

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102979

SUR L'EXISTENCE ET L'UNICITÉ DE LA SOLUTION DANS LA THÉORIE DU FLUAGE LINÉAIRE
II. SECOND PROBLÈME AUX LIMITES

IVAN HLAVÁČEK et MIRCEA PREDELEANU

(Reçu le 26 août 1964.)

L'existence et l'unicité de la solution du second problème aux limites (problème du type Neumann) est prouvée dans la théorie du fluage linéaire tridimensionnel. On suppose l'homogénéité et l'isotropie des matériaux, l'invariance par rapport au temps du coefficient de contraction latérale. On considère non seulement les phénomènes héréditaires, mais aussi l'âge des matériaux.

On considère de nouveau la classe des corps définie par les équations (1)–(3) de la part I. ([11]).

On se restreindra aux domaines bornés satisfaisant aux conditions suivantes, (voir [7], p. 191):

a)
$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{l} \Omega_i ,$$

où chaque Ω_i est étoilé par rapport à une certaine sphère;

b) la frontière
$$\Gamma = \bigcup_{k=1}^{\lambda} \bar{S}_k ,$$

où $\bar{S}_k$ est une partie de la surface exprimée, dans le système fixé de coordonées orthogonales $X(x_1, x_2, x_3)$, par
$$x_{l_k} = \varphi_k(x_{m_k}, x_{n_k}) ,$$

et la fonction φ_k est continue ayant les dérivées prémières continues par parties dans le domaine fermé $\bar{g}_k$ (la projection de la surface $\bar{S}_k$);

c) un des deux cylindres ouverts

$$G_k'^{(\delta)} = \underset{x}{E}\big((x_{m_k}, x_{n_k}) \in g_k\,, \quad \varphi_k - \delta < x_{l_k} < \varphi_k\big)\,,$$

$$G_k''^{(\delta)} = \underset{x}{E}\big((x_{m_k}, x_{n_k}) \in g_k\,, \quad \varphi_k < x_{l_k} < \varphi_k + \delta\big)$$

appartient, avec $\delta > 0$ suffisamment petit, à Ω, on le désigne $G_k^{(\delta)}$;

d) il existe des domaines fermés $\bar{g}_k^{(0)} \subset g_k$ tels que le domaine

$$G^{(\delta)} = \bigcup_{k=1}^{\lambda} G_k^{0(\delta)}\,,$$

où $G_k^{0(\delta)}$ est la part du domaine $G_k^{(\delta)}$, qui se projette sur $g_k^{(0)}$, contient une „couche frontière" du domaine Ω, c'est-à-dire l'ensemble des points $X \in \Omega$, dont la distance de la frontière Γ est plus petite qu'un nombre $\eta > 0$.

Les équations de l'équilibre en déplacements ont la forme (5) [11], où l'opérateur $L_i\boldsymbol{u}$ est donné par (7).

La condition aux limites sera maintenant

$$\sum_{k=1}^{3} \nu_k\, \sigma_{ki}(t) = p_i(t) \quad \text{sur } \Gamma\,, \tag{19}$$

où ν_k sont les composantes du vecteur-unité de la normale vers la frontière Γ, p_i les composantes du vecteur de la charge de surface par unité de la surface.

On considère encore les espaces suivants de fonctions:[1]) par $\mathbf{L}_2(\Omega)$ on désignera l'espace des fonctions-vecteurs $\mathbf{F}(X) \equiv (F_1(X), F_2(X), F_3(X))$, dont chaque composante $F_i \in L_2(\Omega)$, $i = 1, 2, 3$. On introduira la norme en $\mathbf{L}_2(\Omega)$ par

$$|F|^2_{\mathbf{L}_2(\Omega)} = \sum_{i=1}^{3} |F_i|^2_{L_2(\Omega)}\,.$$

$L_2(\Omega, \mathrm{J})$, ou $\mathbf{L}_2(\Omega, \mathrm{J})$ resp., soit l'espace de toutes les transformations mesurables de l'intervalle J dans $L_2(\Omega)$ ou $\mathbf{L}_2(\Omega)$ resp. telles que l'expression (norme)

$$\sup_{t \in J} |F(t)|_{L_2(\Omega)} \equiv |F|_{L_2(\Omega, J)}\,,$$

ou

$$\sup_{t \in J} |\mathbf{F}(t)|_{\mathbf{L}_2(\Omega)} \equiv |\mathbf{F}|_{\mathbf{L}_2(\Omega, J)}$$

est finite.

Par $L_2(\Gamma)$ on désignera l'espace des fonctions $p(X)$, définies presque partout dans Γ (c'est-à-dire presque partout dans les domaines bidimensionnels g_k), pour lesquels il vaut

$$\sum_{k=1}^{\lambda} \int_{g_k} p^2[x_{m_k}, x_{n_k}, \varphi_k(x_{m_k}, x_{n_k})]\, \mathrm{d}x_{m_k}\, \mathrm{d}x_{n_k} = |p|_{L_2(\Gamma)} < \infty\,.$$

---

[1]) Il est nécessaire de compléter les définitions des espaces $W_2^{(1)}(\Omega, J)$, $\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)$, $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$ $\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega, J)$ de façon que les transformations correspondantes soient mesurables dans J.

$\mathbf{L}_2(\Gamma)$ représente l'espace des fonctions-vecteurs $\mathbf{p}(X) \equiv (p_1(X), p_2(X), p_3(X))$, dont chaque composante $p_i \in L_2(\Gamma)$, $i = 1, 2, 3$ et on introduit la norme dans $\mathbf{L}_2(\Gamma)$ par

$$|\mathbf{p}|^2_{\mathbf{L}_2(\Gamma)} = \sum_{i=1}^{3} |p_i|^2_{L_2(\Gamma)} \,.$$

$L_2(\Gamma, J)$ ou $\mathbf{L}_2(\Gamma, J)$ on désignera l'espace de toutes les transformations mesurables de l'intervalle J dans $L_2(\Gamma)$ resp. $\mathbf{L}_2(\Gamma)$ telles que l'expression (norme)

$$\sup_{t \in J} |p(t)|_{L_2(\Gamma)} \equiv |p|_{L_2}(\Gamma, J) \,,$$

ou

$$\sup_{t \in J} |\mathbf{p}(t)|_{\mathbf{L}_2(\Gamma)} \equiv |\mathbf{p}|_{\mathbf{L}_2}(\Gamma, J)$$

est finite.

Les fonctions-vecteurs des forces massiques $-\mathbf{F} \in \mathbf{L}_2(\Omega, J)$ et de la charge de surface $\mathbf{p} \in \mathbf{L}_2(\Gamma, J)$ soient données.

On suppose que pour tous les $t \in J$ les conditions de l'équilibre entier soient accomplies

$$\int_\Omega \mathbf{F} \, \mathrm{d}X + \int_\Gamma \mathbf{p} \, \mathrm{d}S = 0 \,, \quad \int_\Omega \mathbf{r} \times \mathbf{F} \, \mathrm{d}X + \int_\Gamma \mathbf{r} \times \mathbf{p} \, \mathrm{d}S = 0 \,,$$

où $\mathbf{r}$ est le rayon-vecteur.

Dans la première partie, on a démontré qu'on peut transformer le problème du fluage linéaire à l'aide des équations intégrales de Volterra correspondante à un problème de la théorie de l'élasticité classique pour les forces massiques modifiées.

Pareillement, on peut procéder même en cas de solution du second problème aux limites. En substituant les déformations

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

dans les équations (1)–(3), on reçoit

$$\sigma_{ik}(t) = G(t) \, \hat{\sigma}_{ik}(t) - \int_0^t \frac{\partial G(t, \tau)}{\partial \tau} \, \hat{\sigma}_{ik}(\tau) \, \mathrm{d}\tau \,,$$

où $\hat{\sigma}_{ik}$ est défini par

$$\hat{\sigma}_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \delta_{ik} (c_0 - \tfrac{2}{3}) \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \,.$$

Ensuite, dans la première partie, on a déduit

$$\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \hat{\sigma}_{ik}}{\partial x_k} = L_i \mathbf{u} \,,$$

(à comparer (7)) et alors les équations d'équilibre (4) sont transformées en les équations intégrales (5) de la forme

$$G_t L_i \mathbf{u}(t) = F_i(t) \quad (i = 1, 2, 3)\,,$$

qui sont équivalentes, d'après le lemme 3, aux équations

$$L_i \mathbf{u}(t) = G_t^{-1} F_i(t) \quad (i = 1, 2, 3)\,.$$

Pareillement, on peut écrire

$$G_t \hat{\sigma}_{ik}(t) = \sigma_{ik}(t) \quad (i, k = 1, 2, 3)$$

et transformer la condition aux limites

$$\text{(20)} \qquad G_t \ \Big(\sum_{k=1}^{3} \nu_k \hat{\sigma}_{ik}\Big) = p_i \quad \text{sur } \Gamma \quad (i = 1, 2, 3)\,,$$

en la condition aux limites de la théorie classique de l'élasticité

$$\text{(21)} \qquad \sum_{k=1}^{3} \nu_k \hat{\sigma}_{ik} = G_t^{-1} p_i \equiv p_i^* \ \text{sur } \Gamma \quad (i = 1, 2, 3)\,,$$

car nous avons le

Lemme 4. *Soit, dans l'équation intégrale* (19), *la fonction* $\partial\mathscr{G}(t, \tau)/\partial\tau$ *mesurable, bornée dans le carré* $J \times J$, $G(t)$ *mesurable et* $|G(t)| \geqq \gamma > 0$ *pour* $t \in J$, $p_i(t) \in \in L_2(\Gamma, J)$. *Alors il y a précisément une solution* $\sum_{k=1}^{3} \nu_k \hat{\sigma}_{ik}(t)$ *dans l'espace* $L_2(\Gamma, J)$ *de l'équation* (20) *pour chaque* $i = 1, 2, 3$, *et l'on a*

$$\text{(22)} \qquad \sum_{k=1}^{3} \nu_k \hat{\sigma}_{ik}(t) = \frac{p_i(t)}{G(t)} - \int_0^t H(t, \tau)\, \frac{p_i(\tau)}{G(\tau)}\, \mathrm{d}\tau \equiv G_t^{-1}\, p_i(t)\,,$$

où la résolvente est donnée par la somme de la série absolument et uniformément convergente des noyaux itérés

$$H(t, \tau) = -\sum_{n=1}^{\infty} \mathscr{I}_n(t, \tau)\,, \quad \mathscr{I}_1(t, \tau) = \frac{\partial\mathscr{G}(t, \tau)}{\partial\tau} \cdot \frac{1}{G(t)}\,.$$

Comme $p_i(t)/G(t) \in L_2(\Gamma, J)$, on peut procéder à une démonstration du lemme 4 de même que dans le cas du lemme 3, si l'on remplace partout $\mathscr{F}_i(t)$ par $p_i(t)/G(t)$, $L_i\mathbf{u}$ par $\sum_{k=1}^{3} \nu_k \hat{\sigma}_{ik}$, et la norme dans l'espace $\overset{\circ}{W}{}_2^{(-1)}(\Omega)$ par la norme dans l'espace $L_2(\Gamma)$.

Remarque 2. Le lemme 4 subsiste même si la fonction $\partial/\partial\tau \,.\, \mathscr{G}(t, \tau)$ n'est pas bornée, mais qu'elle possède une singularité faible, c'est-à-dire $|\partial/\partial\tau \,.\, \mathscr{G}(t, \tau)| \leqq \leqq C_1/(t - \tau)^\alpha$, où C_1 est une constante et $0 < \alpha < 1$ (comparer à la remarque 1).

Maintenant, sur la base des lemmes 3 et 4, on peut définir la solution de notre problème (5), (19) par un problème équivalent de la théorie de l'élasticité, posé pour chaque $t \in J$ par les équations

$$L_i \, \boldsymbol{u}(t) = G_t^{-1} \, F_i(t) \equiv \mathscr{F}_i^*(t) \,, \tag{23}$$

$$\sum_{k=1}^{3} v_k \, \hat{\sigma}_{ik}(t) = G_t^{-1} \, p_i(t) \equiv p_i^*(t) \,, \tag{24}$$

où les seconds membres représentent les forces massiques modifiées et la charge de surface modifiée.

En résolvant le second problème aux limites, on comprendra la solution faible du problème aux limites (23), (24), c'est-à-dire la fonction des déplacements $\boldsymbol{u}(X, t) \in \in \boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$ telle que pour chaque $t \in J$ on a (en continuant, on supprime l'argument t):

1° $$\int_\Omega \boldsymbol{u} \, \mathrm{d}X = 0 \,, \quad \int_\Omega \operatorname{rot} \boldsymbol{u} \, \mathrm{d}X = 0 \,,$$

2° pour chaque fonction-vecteur $\varphi(X)$, qui possède toutes les dérivées continues dans $\bar{\Omega}$ et satisfait aux conditions

$$\int_\Omega \varphi \, \mathrm{d}X = 0 \,, \quad \int_\Omega \operatorname{rot} \varphi \, \mathrm{d}X = 0 \,,$$

(on indiquera l'espace linéaire de ces fonctions Q), est

$$\sum_{i,k=1}^{3} \int_\Omega \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \hat{\sigma}_{ik} \, \mathrm{d}X = \sum_{i=1}^{3} \int_\Gamma \varphi_i p_i^* \, \mathrm{d}S - \sum_{i=1}^{3} \int_\Omega \varphi_i \mathscr{F}_i^* \mathrm{d}X \,. \tag{25}$$

Remarque 3. On a introduit les conditions 1° parce qu'on élimine les déplacements et les petites rotations du corps comme un entier rigide.

Remarque 4. La relation (25) résulte de l'équation (23) et de la condition (24) par l'intégration par parties. Le second membre de (25) représente une fonctionelle $(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}^*) - (\boldsymbol{v}, \mathscr{F}^*)$ qui est linéaire et continue non seulement pour $\varphi \in Q$, mais aussi pour $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)$, si on considère sur la frontière Γ les valeurs $\boldsymbol{v}$ dans le sens des traces. Pour la première intégrale $(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}^*)$ du second membre, cela n'est qu'une conséquence de la définition de l'intégrale de surface, en continuent de cela, que selon le lemme 4 fait $\boldsymbol{p}^* \in \boldsymbol{L}_2(\Gamma, J)$ et l'immersion $\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)$ dans $\boldsymbol{L}_2(\Gamma)$ est continue. En outre, on a aussi

$$\boldsymbol{v} \in \mathring{\boldsymbol{W}}_2^{(1)}(\Omega) \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} \int_\Gamma v_i p_i^* \, \mathrm{d}S = 0 \,.$$

Ensuite tenons compte de ce que le lemme 4, event. la remarque 2 ont lieu même dans le cas où l'on substitue aux éléments de $L_2(\Gamma, J)$ les éléments de $L_2(\Omega, J)$. Si $\boldsymbol{F} \in \boldsymbol{L}_2(\Omega, J)$, alors $\mathscr{F}^* \in \boldsymbol{L}_2(\Omega, J)$, et la seconde intégrale du second membre représente une fonctionelle bornée pour tous les $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)$.

Théorème 2. *Le second problème aux limites pour un corps défini par les relations* (1)–(3), *compte tenu des suppositions du lemme* 4 (*évent. de la remarque* 2), *soumis aux forces massiques* – $\boldsymbol{F} \in \boldsymbol{L}_2(\Omega, J)$ *et la charge de surface* $\boldsymbol{p} \in \boldsymbol{L}_2(\Gamma, J)$, *a une solution* $\boldsymbol{u}$, *qui est unique dans* $\boldsymbol{H}_Q(\Omega, J) \subset \boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega, J)^2)$, *et*

$$|\boldsymbol{u}|_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega,J)} \leqq c\left[|\boldsymbol{F}|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega,J)} + |\boldsymbol{p}|_{\boldsymbol{L}_2(\Gamma,J)}\right]. \tag{26}$$

Démonstration: Qu'on choisisse d'abord un $t \in J$ fixé et, dans la suite, qu'on supprime le signe de la dépendance de t.

$\boldsymbol{H}_Q$ soit l'espace hilbertien qui provient comme une enveloppe complète de l'espace linéaire Q dans une norme correspondant au produit scalaire

$$[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}]_{\boldsymbol{H}_Q} = \sum_{i,k=1}^{3} \int_\Omega \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \hat{\sigma}_{ik}(\boldsymbol{u}) \, \mathrm{d}X .$$

La forme bilinéaire ainsi définie possède en effet les qualités du produit scalaire dans $\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)$. Cela veut dire que, dans l'ensemble Q l'inégalité de Korn ([7], § 42)

$$|\boldsymbol{v}|_{H_Q}^2 \equiv \sum_{i,k=1}^{3} \int_\Omega \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \hat{\sigma}_{ik}(\boldsymbol{v}) \, \mathrm{d}X \geqq c_1 \int_\Omega \sum_{i,k=1}^{3} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)^2 \mathrm{d}X$$

et l'inégalité de Poincaré

$$|\boldsymbol{v}|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega)}^2 \leqq c_2 \int_\Omega \sum_{i,k=1}^{3} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)^2 \mathrm{d}X$$

ont lieu.

D'ici, on déduit l'inégalité

$$|\boldsymbol{v}|_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)}^2 \leqq c_3 |\boldsymbol{v}|_{H_Q}^2 , \quad \boldsymbol{v} \in Q \tag{27}$$

de laquelle il résulte qu'on peut immerger l'espace $\boldsymbol{H}_Q$ dans $\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)$ (comparer [7], § 3). L'inégalité (27) sera valable dans $\boldsymbol{H}_Q$ tout entier.

Suivant le théorème de Fréchet-Riesz, il existe précisément un élément $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{H}_Q$ tel que

$$[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}]_{\boldsymbol{H}_Q} = (\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}^*) - (\boldsymbol{v}, \mathscr{F}^*)$$

pour $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{H}_Q$, alors spécialement aussi pour $\varphi \in Q \subset \boldsymbol{H}_Q$, alors $\boldsymbol{u}$ satisfait à la condition (25).

On peut se persuader facilement par le passage à la limite, que $\boldsymbol{u}$ satisfait même à la condition 1°, et alors représente la solution faible d'après notre définition.

Supposons qu'il y a deux solutions faibles $\boldsymbol{u}' \in \boldsymbol{H}_Q$, $\boldsymbol{u}'' \in \boldsymbol{H}_Q$. Alors l'élément $\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{u}' - \boldsymbol{u}'' \in \boldsymbol{H}_Q$ satisfait, pour tous les $\boldsymbol{v} \in Q$ à la condition

$$[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}_0]_{\boldsymbol{H}_Q} = 0 .$$

---

[2]) $\boldsymbol{H}_Q(\Omega, J)$ soit l'espace des transformations mesurables de l'intervalle J dans l'espace $\boldsymbol{H}_Q$.

Comme Q est dense dans $\boldsymbol{H}_Q$ et que l'on a (27), on a

$$0 = [\boldsymbol{u}_0, \boldsymbol{u}_0]_{\boldsymbol{H}_Q} \geqq c_3^{-1} |\boldsymbol{u}_0|^2_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)}$$

et alors $\boldsymbol{u}' = \boldsymbol{u}''$ dans $\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)$.

Il résulte de l'inégalité (27) que

$$|\boldsymbol{u}(t)|^2_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)} \leqq c_3 |\boldsymbol{u}(t)|^2_{\boldsymbol{H}_Q} ;$$

de l'inégalité de Korn et de la définition de la solution faible il résulte

$$|\boldsymbol{u}(t)|^2_{\boldsymbol{H}_Q} = (\boldsymbol{u}(t), \boldsymbol{p}^*(t) - \mathscr{F}^*(t)) \leqq |\boldsymbol{u}(t)|_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)} \cdot (|\boldsymbol{p}^*(t)|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega)} + |\mathscr{F}^*(t)|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega)}) .$$

Par la conjonction de ces inégalités et par le passage à la borne supérieure, on reçoit

$$(28) \qquad |\boldsymbol{u}|_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega, J)} \leqq c_3(|\boldsymbol{p}^*|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)} + |\mathscr{F}^*|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)}) .$$

D'après la citation dans la remarque 4 on dérive par suite

$$|(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}^*(t))| \leqq c_4 |\boldsymbol{v}|_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)} \cdot |\boldsymbol{p}^*(t)|_{\boldsymbol{L}_2(\Gamma)} ,$$

d'où il résulte

$$|\boldsymbol{p}^*|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)} \leqq c_4 |\boldsymbol{p}^*|_{\boldsymbol{L}_2(\Gamma, J)} .$$

Suivant les inégalités analogues à (17), on obtient

$$|\boldsymbol{p}^*|_{\boldsymbol{L}_2(\Gamma, J)} \leqq c_5 |\boldsymbol{p}|_{\boldsymbol{L}_2(\Gamma, J)} .$$

Donc, en somme,

$$(29) \qquad |\boldsymbol{p}^*|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)} \leqq c_6 |\boldsymbol{p}|_{\boldsymbol{L}_2(\Gamma, J)} .$$

De façon analogue on a

$$|(\boldsymbol{v}, \mathscr{F}^*(t))| \leqq |\boldsymbol{v}|_{\boldsymbol{W}_2^{(1)}(\Omega)} \cdot |\mathscr{F}^*(t)|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega)} ,$$

d'où

$$|\mathscr{F}^*|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)} \leqq |\mathscr{F}^*|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega, J)}$$

et suivant les inégalités analogues à (17), on reçoit

$$|\mathscr{F}^*|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega, J)} \leqq c_5 |\boldsymbol{F}|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega, J)} .$$

Nous obtenons alors en fin de compte

$$(30) \qquad |\mathscr{F}^*|_{\boldsymbol{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)} \leqq c_5 |\boldsymbol{F}|_{\boldsymbol{L}_2(\Omega, J)} .$$

Enfin par substitution (29) et (30) dans (28) on obtient (26).

Bibliographie

Les travaux [1]—[10] sont cités dans la part I. (voir [11]).

[11] *I. Hlaváček, M. Predeleanu:* Sur l'existence et unicité de la solution dans la théorie du fluage linéaire. I. Premier probléme aux limites. Aplikace matematiky 9 (1964), 5, 321—327.

Souhrn

EXISTENCE A JEDNOZNAČNOST ŘEŠENÍ V LINEÁRNÍ REOLOGII II. DRUHÁ OKRAJOVÁ ÚLOHA

IVAN HLAVÁČEK a MIRCEA PREDELEANU

Dokazuje se existence a unicita řešení 2. okrajového problému (Neumannova typu) při daných objemových a povrchových silách, v lineární prostorové reologii. Materiál je uvažován homogenní a isotropní, započteno je dotvarování i stárnutí materiálu a předpokládá se stálý, v čase nepromĕnný koeficient příčné kontrakce. Řešení úlohy je definováno ve slabém smyslu. Původní problém je podobně jako při prvé okrajové úloze (Dirichletova typu), probírané v I. části (viz [11]), převeden na ekvivalentní úlohu klasické teorie pružnosti s modifikovanými objemovými silami a povrchovým zatížením.

Резюме

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ОДНОЗНАЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ II. ВТОРАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА

ИВАН ГЛАВАЧЕК и МИРЧА ПРЕДЭЛЕАНУ

(Ivan Hlaváček et Mircea Predeleanu)

Доказывается существование и однозначность решения 2-ой краевой задачи (типа Неймана) при заданных объемных силах и поверхностных нагрузках, в рамках линейной пространственной ползучести. Считается, что материал однородный и изотропный, учитывается наследственность и также старение материала. Далее предполагается, что коэффициент поперечного сжатия не меняется со временем.

Adresses des auteurs: Inž. *Ivan Hlaváček* C.Sc., Matematický ústav ČSAV, Žitná 25, Praha 1. — Dr. *Mircea Predeleanu*, Institut de Mathématiques de l'Académie des Sciences de la R.P.R., M. Eminescu 47, București 3.