Recense

Aplikace matematiky, Vol. 9 (1964), No. 5, 386–(398)

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102915

RECENSE

Václav Fabian: ZÁKLADNÍ STATISTICKÉ METODY. Nakladatelství ČSAV, Praha 1963. Stran 451, cena Kčs 41,50.

Naše literatura z oboru matematické statistiky se v poslední době konečně rozhojňuje. Jejím dalším, a to vskutku vynikajícím přírůstkem je recensovaná kniha V. Fabiana. Kniha je zaměřena na aplikace; její první část je v podstatě stručným úvodem do matematické statistiky, avšak jádrem knihy je její druhá část, obsahující soubor nejdůležitějších moderních metod pro zpracování experimentálních dat v řadě běžných problémů. Podle slov autora je kniha určena především pracovníkům z různých oborů přírodních věd, používajícím statistických metod; bude však určitě velmi užitečná i specialistům — matematickým statistikům jakožto příručka pro práci v aplikacích.

První část knihy (kapitoly 1 až 9, str. 15 až 206) má přípravný charakter, obsahuje výklad základních věcí nutný pro porozumění druhé části. V kapitole první až čtvrté se připomínají některé potřebné matematické pojmy a zavádí se pojem náhodného jevu, náhodné proměnné a pravděpodobnosti. Kapitola pátá je věnována bližšímu výkladu o náhodných proměnných a jejich charakteristikách jednak obecně, jednak speciálně o binomické, Poissonově a normální náhodné proměnné. Kapitola šestá pojednává o ověřování pravděpodobnostních modelů (test dobré shody χ^2), sedmá o volbě experimentu (náhodný výběr, porovnávání dvou a více ošetření, retrospektivní studie), osmá o speciálních typech experimentů (náhodné bloky, latinské a řeckolatinské čtverce, analýza rozptylu, stochastické aproximace). Kapitola devátá pak již tvoří bezprostřední úvod k části druhé — vykládá se v ní obecně o testech významnosti (jež autor nazývá ověřovací metody) a o rozhodovacích metodách, o podmínkách aplikability statistických metod apod.

Druhá část knihy (kapitoly 10 až 21, str. 207 až 434) obsahuje vlastní popisy základních statistických metod. V kapitole desáté a jedenácté se jedná o odhadování a rozhodování týkající se pravděpodobností jednoho nebo více náhodných jevů, tj. o binomické náhodné proměnné, v kapitole dvanácté obdobně o Poissonových proměnných. Kapitola třináctá až patnáctá jsou z oblasti zahrnované do neparametrických metod — popisuje se v nich intervalový odhad distribuční funkce, Wilcoxonův test, odhad mediánu a neparametrické toleranční meze. V kapitole šestnácté a sedmnácté jde o ověřování náhodnosti jednak neparametricky, jednak za předpokladu normality. Kapitola osmnáctá až dvacátá jsou věnovány jedné, dvěma a více normálním náhodným proměnným — odhadování a rozhodování o jejich středních hodnotách, rozptylech apod. Konečně v poslední kapitole se řeší problémy regrese. Následují ještě některé poznámky, odkazy, seznam literatury, přehled používaných symbolů a rejstřík.

V knize jsou uvedeny pouze některé potřebné tabulky v textu, většinou však se autor při popisu metod odvolává na Jankovy Statistické tabulky.

Charakteristickým rysem knihy je to, že je v podstatné míře založena na rozhodovacím pojetí statistické indukce. V problémech, kde je to možné, autor opouští tradiční testy významnosti a uvádí místo nich rozhodovací postupy (nesekvenční i sekvenční), vybírající s předepsaným rizikem vždy některé konkrétní rozhodnutí ze dvou nebo více možných. Podobně uvádí intervaly spolehlivosti pro neznámé parametry, jelikož poskytují podrobnější informaci než testy významnosti; kromě obvyklých intervalů spolehlivosti též podstatně využívá dvojvýběrových postupů, dávajících intervaly předepsané délky. Jedině v případech, kdy tyto lepší a novější metody nejsou k disposici, uvádí klasické testy významnosti.

Tímto pojetím se stává kniha velice originální a progresivní. Je v ní shrnut neobyčejně užitečný soubor moderních statistických metod, které doposud z velké části byly roztroušeny v cizích časopisech a tak zejména pracovníkům z jiných oborů byly těžko dostupné. Je jen žádoucí, aby kniha a v ní popsané metody se co nejvíce rozšířily při práci v aplikacích.

Domnívám se, že by bylo prospěšné a přispělo by i k přehlednosti, kdyby byl autor uplatnil rozhodovací pojetí dokonce ještě důsledněji — i u testů významnosti (podobně jak je to provedeno u jediného testu Wilcoxonova v § 13.3). Tím by byl ještě sugestivněji ujasněn rozdíl mezi testy a rozhodovacími postupy a fakt, že u testů častým rozhodnutím může být „mlčení".

Kniha je určena pro použití v aplikacích, a to zejména pro nestatistiky. Zdá se mi ovšem, že pro tyto pracovníky její četba nebude právě snadná a bude vyžadovat soustředěného studia a exaktního myšlení. To platí zvláště o některých matematických partiích první části; snad dokonce na několika místech vykládané matematické jemnosti jsou přece jen zbytečné pro řečený okruh čtenářů (např. o náhodných jevech a podmnožinách na str. 32—33 nebo o charakterizaci očekávaných hodnot na str. 69 a 71—72). Dále se mi zdá, že určité nedostatky ve výkladu, které by mohly vést k obtížím při studiu, jsou v následujících dvou věcech: Za prvé stručný výklad o zaokrouhlování na str. 28 není příliš zdařilý; konkrétně např. slovo odhad zde není vysvětleno a není též vhodné, že se ho zde používá ve zcela jiném smyslu než odhad (statistický) v dalších kapitolách. Za druhé myslím, že umístění výkladu o speciálních typech experimentů již v kapitole 8 je dosti nevhodné; ačkoliv jde o prakticky nejsložitější ověřovací postupy, jsou umístěny téměř jako první, a to dokonce ještě před základním výkladem o ověřovacích postupech v kapitole 9; bylo snad lepší zařadit tyto typy experimentů na jejich obvyklé místo, totiž za metody týkající se skupiny normálních náhodných proměnných v kapitole 20.

Na druhé straně však obtížnější partie knihy jsou více než dostatečně vyváženy velkým množstvím příkladů, výborně zvolených a často obsahujících též nesmírně užitečné diskuse různých praktických aspektů; z těchto příkladů se naučí čtenář nejen prostě aplikovat popsané metody, nýbrž i promýšlet podstatu problémů, volit vhodné řešení, interpretovat správně výsledky, vyhýbat se různým chybám a úskalím apod. (např. diskuse příkladů v § 7.4, § 7.8 a mnohých jiných). Velmi pěkný a jasný je též obecný výklad o statistické indukci v kapitole 9, o rozhodovacích a ověřovacích postupech, jejich vlastnostech a rozdílech mezi nimi.

Rád bych ještě všeobecně poznamenal pro čtenáře nestatistika, že není důležité porozumět všem matematickým detailům v první části knihy (a je možno leckteré z nich přeskočit a v případě potřeby se k nim vrátit později), ale je podstatně důležitější snažit se pochopit vykládané *ideje* a základní *principy* a důkladně je *promýšlet*, zejména v souvislosti s konkrétními metodami druhé části. A tato kniha opravdu stojí za kus myšlenkové námahy.

Použitelnost knihy pro aplikace se zvyšuje ještě i dalšími dvěma věcmi: za prvé přehledností, s níž se popis každé rozhodovací metody rozčleňuje do čtyř bodů — předpokladů pro aplikabilitu metody, výčtem možných rozhodnutí, popisem experimentu a návodem pro výběr rozhodnutí; za druhé okolností, že vzorce pro popisované metody se vždy uvádějí ve tvaru vhodném pro výpočet.

Jen na jediném místě se bohužel vyskytuje chyba: v aproximaci pro Wilcoxonovu metodu na str. 286 ve vzorci (13.3.4.1) má být správně $(-)$ pro $i = 1$, $(+)$ pro $i = 2$, a následující rozhodovací pravidlo má znít: d_1, je-li $h_1 \leqq \frac{1}{2}P$; d_2, je-li $h_2 \geqq 1 - \frac{1}{2}P$; d_3, je-li $\frac{1}{2}P < h_1, h_2 < 1 - \frac{1}{2}P$. Dále též rozhodovací pravidlo na str. 281 a tabulky na str. 282—285 pro přesnou Wilcoxonovu metodu dávají v mnoha případech riziko zbytečně menší než předepsané, tj. zbytečně zvyšují přísnost metody. Pro praktické používání je možno pravidlo na str. 281 nahradit pravidlem: d_1, je-li $T \leqq k(P, n, m)$; d_2, je-li $T \geqq mn - k(P, n, m)$; d_3, je-li $k(P, n, m) < T < mn - k(P, n, m)$; potom bude metoda méně často vybírat „mlčení" d_3 a zachová nebo jen o málo překročí předepsané riziko. (Publikované tabulky vznikly totiž původně pro tento „mírnější" postup.)

A ještě jedno bohužel: v knize ještě zůstaly různé tiskové chyby, neopravené ani v erratech, a některé z nich si nestatistik sám možná těžko opraví. Např. na str. 52 ve vzorci (5.4.1) má být $\mathrm{P}\{\xi_\lambda = i\}$; na str. 60, ř. 5 zdola, má být $\mathrm{P}(\xi \in \langle a, b \rangle)$; na str. 122, ř. 1 zdola, ve vzorci pro $\bar{x}$ má být

x_i místo x_i^2; na str. 273 pro nerovnost mezi distribučními funkcemi je vytištěn na obrázku jiný symbol než v textu, ačkoliv samozřejmě jde o totéž; na str. 284 pro rozsahy 16 a 16 má být číslo 76 místo 70; na str. 349, ř. 17 shora, má být $\mathrm{D}^2\xi = \mathrm{D}^2\eta$.

Závěrem bych však chtěl znovu zdůraznit, že jde o knihu mimořádně užitečnou a pěknou, co nejvřeleji ji doporučit vážným zájemcům o matematickou statistiku ke studiu a těmto čtenářům i specialistům-statistikům k hojnému používání. Z hlediska rozšíření mezi našimi vědeckými pracovníky je asi dobře, že kniha vyšla česky. Avšak z hlediska propagace naší vědy v zahraničí je možno litovat, že nevyšla v angličtině; jde totiž o dílo vynikající a originální i ve světovém měřítku a v této kategorii knih, určených pro aplikace, patrně nemá ve světové literatuře obdoby.

Zbyněk Šidák

Jiří Sedláček: KOMBINATORIKA V TEORII A PRAXI. (ÚVOD DO TEORIE GRAFŮ.) Cesta k vědění. Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1964. Stran 152, obr. 67, cena brož. Kčs 8,—.

V posledních letech pozorujeme velmi rychlé a úspěšné pronikání matematických metod do nejrozmanitějších oblastí lidské činnosti. Tento revoluční obrat byl způsoben především vznikem samočinných počitačů, které umožňují řešení obrovských úloh praxe.

Na druhé straně tyto počitače ovlivňují podstatným způsobem náplň dnešní matematiky. Mnoho matematiků na celém světě se dnes zabývá otázkami tzv. konečné neboli diskrétní matematiky na rozdíl od klasické matematiky, která největší pozornost věnovala takovým pojmům, jako je pojem limitního přechodu, různých spojitých struktur apod. Důležité místo v diskrétní matematice zaujímá teorie grafů. Na úlohy z teorie grafů vedou mnohé otázky z fyziky, elektrotechniky, chemie, ekonomie, biologie, linguistiky a mnoha jiných oborů.

Z hlediska klasické matematiky bývá teorie grafů považována za odvětví topologie. Přitom je však potřeba míti na zřeteli, že při formování této teorie sehrály podstatnou roli i jiné matematické discipliny, např. algebra.

Specialista, který používá ve své práci teorie grafů, ocení na jedné straně matematickou přesnost spojenou se značnou koncentrovaností ideí vedoucí k užitečné ekonomii myšlení, ale na druhé straně je to geometricky intuitivní charakter teorie grafů, který z ní činí mohutný heuristický nástroj bádání. Právě pro tuto okolnost je teorie grafů přitažlivá nejen pro matematiky, ale i pro pracovníky jiných oborů.

Ve vědě ČSSR zaujímá teorie grafů důležité místo, jak ukazuje řada pozoruhodných výsledků československých matematiků i ta okolnost, že v naší zemi se konalo v červnu roku 1963 ve Smolenicích mezinárodní symposium z teorie grafů a jejich aplikací. Přitom však doposud nebylo v české literatuře pramene, který by mohl seznámiti širší veřejnost s tímto oborem. Úkol sepsati takovou knihu vzal na sebe Jiří Sedláček. U knihy tohoto zaměření není možné a konečně ani účelné, aby pretendovala na jakkoliv úplný přehled o metodách a tendencích současné teorie grafů. Stačí když na několika typických situacích přesvědčí čtenáře o přirozenosti a užitečnosti grafově teoretických metod, když mu ukáže, jak mnoho na první pohled zcela odlišných kombinatorických úloh vede ke stejným otázkám z teorie grafů. Tento úkol plní znamenitě Sedláčkova kniha. Živým, ale současně přesným jazykem na poutavém materiálu seznamuje čtenáře s množstvím pojmů a přesvědčivě mu ukazuje užitečnost grafově-teoretických metod. Důkazy v knize obsažené jsou podány velmi jasnou a přístupnou formou. Kniha se skládá ze dvou částí. První část pojednává o neorientovaných grafech, obsahuje 20 paragrafů. Zde autor probírá takové pojmy jako souvislost grafu, pojem stromu, kostra grafu, chromatické číslo, isomorfismus a homeomorfismus grafů a mnoho jiných.

V sedmi paragrafech druhé části knihy autor studuje orientované grafy, uvádí užitečné souvislosti teorie grafů s jinými oblastmi matematiky jako je teorie matic, na grafech ilustruje obecnou definici kategorie.

Množství elementárních cvičení má posloužit čtenáři k tomu, aby si vyzkoušel, do jaké míry pochopil látku. Na mnoha místech se autor zmiňuje o pracích československých matematiků z teorie grafů. Závěrem je třeba poznamenat, že požadavky kladené na čtenáře jsou minimální, je třeba jenom dobrá znalost středoškolské matematiky a samozřejmě schopnost abstraktního myšlení. Kniha může býti považována za spolehlivý úvod ke studiu odborné literatury z teorie grafů.

Jaroslav Morávek

Richard Rychnovský: ÚVOD DO VYŠŠÍ MATEMATIKY. Druhé, revidované vydání. Vydalo Státní zemědělské nakladatelství ve spolupráci s Ústavem vědeckotechnických informací MZLVH, Praha 1964. Stran 384, obr. 172, cena Kčs 40,—.

Nové vydání této vysokoškolské učebnice se v zásadě neliší od prvního vydání, které vyšlo v roce 1959. Byly pouze odstraněny závady nalezené při podrobné revizi textu, obrázků, řešených příkladů a výsledků zadaných cvičení. Dále byl částečně doplněn seznam doporučené literatury, uvedený na konci knihy.

Recensovaná kniha je schválena vynosem ministerstva školství a kultury jako celostátní učebnice pro vysoké školy zemědělské. Je tedy určena pro vysoké školy s malým programem matematiky a tomu odpovídá rozsah látky vyložené v knize.

Vlastní učebnice je rozdělena na deset částí s těmito názvy: O číslech — Analytická geometrie v rovině — Základy analytické geometrie v prostoru — Posloupnosti — Funkce — Užití exponenciální a logaritmické funkce při výkladu principu logaritmického pravítka — Diferenciální počet — Integrální počet — Funkce dvou proměnných — Diferenciální rovnice.

V první části autor shrnuje základní poznatky o reálných a komplexních číslech, se kterými se čtenář seznámil již na střední škole a v kapitole o mnohočlenech připravuje čtenáře na rozklad racionální funkce v součet částečných zlomků při integrování.

Druhá a třetí část je věnována základům analytické geometrie. Ve druhé části je pojednáno o přímce, o kuželosečkách v základní poloze a o polárních souřadnicích. Ve třetí části je vyložena analytická geometrie lineárních útvarů v prostoru. Z kvadratických ploch se uvádí plocha válcová, kuželová, kulová a elipsoid, vše v kartézských souřadnicích.

Ve čtvrté části autor definuje pojem limity posloupnosti a vyslovuje příslušné základní věty. V páté části přechází k pojmu funkce, její limity a spojitosti a vyšetřuje některé důležité funkce a jejich typy. Exponenciální a logaritmické funkce užívá pak při výkladu principu logaritmického pravítka v části šesté. Tento způsob výkladu nemá obdoby v odborné literatuře.

Sedmá a osmá část je věnována základům diferenciálního a integrálního počtu funkcí jedné reálné proměnné. Jsou odvozeny základní věty a vzorce pro výpočet derivací elementárních funkcí a dále je vyloženo použití tohoto aparátu při vyšetřování průběhu funkcí. Diferenciální počet je zde zakončen Taylorovým rozvojem. Integrální počet začíná teorií neurčitého integrálu. Je vyložena integrace metodou per partes a metodou substituční, integrace některých racionálních a iracionálních funkcí. Následuje výklad určitého integrálu, dále použití integrálního počtu v geometrii, fyzice a chemii a popis numerických metod vypočtu určitých integrálů.

V deváté části autor probírá funkce dvou proměnných, a to pouze jejich diferenciální počet. Této teorie pak užívá k výkladu derivování implicitních funkcí.

Závěrečná, desátá část knihy pojednává o nejjednodušich diferenciálních rovnicích prvního a druhého řádu.

K učebnici je připojen přehledný soupis některých neurčitých integrálů, pěkné historické poznámky, česko-slovenský slovníček matematických termínů pro slovenské čtenáře a již zmíněný seznam doporučené literatury.

Na konci každé kapitoly najdeme řadu cvičení, opatřených výsledky, na nichž si čtenář může v dostatečné míře procvičit prostudovanou látku. U obtížnějších cvičení mu poslouží stručný návod k řešení.

Je třeba kladně hodnotit snahu autora o to, aby moderní pojetí matematické analysy proniklo mezi naši technickou inteligenci. Nové pojmy jsou v učebnici zaváděny pokud možno přesnými definicemi a věty jsou formulovány takovým způsobem, jaký je v dnešní matematice obvyklý. Autor je však toho názoru, že by nebylo vhodné přetěžovat učebnici pro techniky přemírou důkazů; proto celou řadu důležitých vět pouze vyslovuje a nedokazuje. Předností knihy je množství podrobně rozřešených příkladů v textu. Tyto příklady se těsně přimykají k vysloveným větám a jasným způsobem objasňují jejich použití. Výklad doprovází množství zdařilých obrázků.

Závěrem je možno říci, že kniha je nejen vhodnou učebnicí pro budoucí inženýry agronomy, ekonomy a zootechniky, ale zároveň zdrojem poučení pro každého, kdo chce proniknout do začátků vyšší matematiky.

Lumír Forejt

B. A. Trachtenbrot: ALGORITMY A STROJOVÉ ŘEŠENÍ ÚLOH. Nakladatelství ČSAV, Praha 1963. Z 2. ruského vydání Алгоритмы и машинное решение задач, Moskva 1960, přeložili Jan Svoboda a Václav Vilon. Stran 90, obr. 30, cena 8,— Kčs.

Trachtenbrotova knížka je ve světové literatuře prvním pokusem o elementární výklad základních pojmů teorie algoritmů a algoritmické (konstruktivní, efektivní) řešitelnosti úloh. Že jde o pokus velmi zdařilý, o tom svědčí mimo jiné okolnost, že již byla přeložena do řady cizích jazyků. Přesto, že k jejímu prostudování není třeba žádných speciálních matematických vědomostí, nejde o knížku v pravém slova smyslu populární; od čtenáře vyžaduje soustředěnou pozornost a v závěrečných partiích klade i značné nároky na schopnost (a ochotu) abstraktně uvažovat. Vytvoření zcela obecného pojmu algoritmu je významný výsledek, kterého bylo dosaženo v třicátých letech našeho století, a to díky úsilí matematických logiků. I když v současné době nejběžnějšími příklady algoritmů jsou programy pro samočinné počítače, je obecná teorie algoritmů na detailech konstrukce těchto zařízení relativně nezávislá. Intuitivní pojem algoritmu může být zpřesněn různými ekvivalentními způsoby, z nichž některé vůbec neobsahují explicitní zmínku o automatickém zařízení, které by algoritmus realisovalo. Autor vybral pro svou knížku „strojovou" variantu, která se opírá o realisaci algoritmu na Turingově stroji. Úvodní části knížky jsou věnovány seznámení s příklady konkrétních algoritmů. Ty jsou autorem velmi vhodně vybrány. Dokumentují použití algoritmů a vznik otázek týkajících se algoritmické řešitelnosti úloh ve velmi různorodých oblastech; přitom některé příklady mají velmi obecný dosah. Kromě jiného je zde např. dokázána existence vyhrávající strategie pro jednoho z hráčů v konečné posiční hře s úplnou informací a bez náhodných tahů (na str. 18_1 je chybně uvedeno, že při zvolené strategii jsou možné tři partie; jsou možné čtyři), existence algoritmu pro nalezení cesty v konečném bludišti a existence algoritmů pro zjišťování ekvivalence slov v některých semigrupách s konečným počtem generátorů a definujících rovností (nazývají se v knize asociativními kalkuly). Přípravou pro zavedení pojmu Turingova stroje je popis struktury idealisovaného tříadresového počítače. Turingův stroj je definován na základě zobecnění podstatných vlastností tohoto počítače. Přitom popis Turingova stroje je snad poněkud příliš rozvláčný. (Rovněž pojem koncového stavu — v překladu se říká „úkon" místo vžitého „stav" — je definován na str. 58 ne dosti určitě). Je podána i základní idea universálního Turingova stroje (ne ovšem se všemi detaily). Závěrečné části knížky jsou věnovány algoritmicky neřešitelným problémům. Zde byl autor postaven před značně nesnadný problém, jak se vyhnout zpravidla velmi zdlouhavým komplikacím technického rázu a přesto podat důkazy uváděných tvrzení v nezkreslené podobě. Překonal tuto překážku velmi úspěšně. Klíčové postavení zde má věta o algoritmické neřešitelnosti tzv. problému samopřípustnosti pro Turingovy stroje, tj. o nemožnosti udat algoritmus, který by pro libovolný Turingův stroj rozhodl, zda se tento stroj po konečném počtu kroků zastaví, když mu jako vstupní informaci dáme zpracovávat vhodně zakódovaný vlastní jeho program (jeho tzv. funkční schéma). Pouze tato věta se přímo dokazuje (ne se všemi detaily), všechny ostatní uváděné výsledky o algoritmické neřešitelnosti se na ni více či méně bezprostředně převádějí. Závěrem je proveden důkaz algoritmické neřešitelnosti problému ekvivalence slov v libovolné semigrupě. (Na str. 85^{15} je v překladu i v originále π_M. Jde zřejmě o tiskovou chybu v originále: správně má být π'_M. Pak se stane zbytečnou i příslušná poznámka pod čarou v překladu.) Trachtenbrotovu knížku je možno vřele doporučit všem, kdo mají vážný zájem o základní otázky obecné teorie algoritmů. Lze přitom očekávat, že četba prvních deseti paragrafů přinese užitek i řadě pracovníků, kteří se zabývají algoritmy především po stránce praktické, jako programátoři, konstruktéři počítačů apod.

Překlad má řadu velmi závažných nedostatků. Především je to velké množství tiskových chyb, které zřejmě v mnoha případech byly způsobeny nedostatečnou konečnou redakcí textu (té rovněž připadá na vrub např. to, že na str. 65^1 se mluví o Eukleidově a na str. 65^2 o Euklidově algoritmu, že na str. 70_{16} a v rejstříku se píše „Göde" místo „Gödel", že na různých místech vypadla slova jako např. v pozn. 8 pod čarou na str. 30, kde za „kalkulu" má být „rozhodnout", atd.). Omezme se pouze na výčet věcných tiskových chyb, a to ještě jen namátkou vybraných: Na str. 17 na obr. 1 má být u nejlevější hrany třetí úrovně „3" místo „4". Na str. 19 na obr. 5 má být $\sigma_1, \ldots$ místo $\delta_1, \ldots$ Na str. 19_{21} místo „nejhlavnějšímu" má být „nejlevějšímu". Na str. 22 na obr. 8 má být „J" místo „I". Na str. 27^{10} místo A_{i+1} má být $A_i A_{i+1}$. Na str. 32^{22} místo $cc \to \wedge$ má být $cccc \to \wedge$. Na str. 36_3 místo *ca accc* má být *ca-accc*. Na str. 56_{14}, 56_1, 57^3, 57_9, 58^2, 59^9 má být q_l místo q_1. Krátké vodorovné čárky v políčcích funkčních schemat Turingových strojů na str. 57, 59, 60, 61, 63 atd. nemají žádný smysl a nepatří tam. Na str. 57_9 je třeba vynechat slovo „se". Na str. 58_{10} místo „K-tou" má být „k-tou". Na str. 59 na obr. 14 v posledním sloupci místo $\wedge q_1$ má být Lq_1 (chyba je i v ruském originálu). Na str. 65^8 místo „obr. 8" má být „obr. 14". Na str. 68^{15} místo „při" má být „příklad". Na str. 71 příkaz 5 má znít „je-li třetí..."; i v originále se ovšem chybně mluví o druhém místo třetím písmenu. Na str. 73_{14} místo Ω má být Ω'. Na str. 73_3 místo „obr. 99" má být „str. 74". Na str. 74^5 místo „1" má být „L". Na str. 76_7 místo „cifry" má být „šifry". Na str. 77_4 místo „konfigurace τ" má být „konfiguraci τ". Na str. 80^{11} místo $P \to Q$ má být $P - Q$. Na str. 81 na obr. 26 je případ c) nakreslen špatně. Navíc K-slova popisující o tři řádky dále konfigurace a) resp. c) mají správně být $h \mid \wedge \alpha \wedge q_0 \beta \alpha h$ resp. $h \mid \wedge \alpha \wedge \beta \alpha \wedge q_0 h$. Na str. 82^3 místo „slov" má být dvakrát „písmen". Na str. 85 ve znění pomocné věty a v pozn. pod čarou č. 25 místo π_M má být π'_M. Na str. 87^9 místo $R_j \Delta_1$ má být R_{j-1}. Na str. 86 v poznámce č. 26 pod čarou všude místo „lemma" má být „pomocná věta" a dále: v ř. 5 místo „výstupnímu" má být „výslednému"; v ř. 8 místo π_M má být π'_M; v ř. 9 místo $P_i \to Q_i$ má být $P_i - Q_i$; v ř. 10 a 12 místo $\pi_{\overline{M}}$ má být π'_M; v ř. 21 místo R_j má být R_{j+1}; v ř. 32 místo n má být např. r; v ř. 37 místo „z" má být „v". (Recenzentu se zdá, že tato pozn. pod čarou možná ani nebyla nutná.) Kromě těchto tzv. tiskových chyb se v textu vyskytuje nemenší množství chyb, které byly způsobeny nesprávným překladem, a to od drobnějších chyb až po takové případy — a je jich bohužel dost a na důležitých místech, např. v § 11, kde je popisován universální Turingův stroj — kdy některé věty Trachtenbrotova v podstatě jasného textu byly překladem značně zkomoleny, což čtenáře uvede ve zmatek a patrně i znechutí. Omezme se opět na namátkový výběr: Na str. 16^{20} místo „formalizaci" má být „přílišné formálnosti". Na str. 19_{19} celá věta má znít: „Přitom není na místě znázorňovat šipkou kroky hráče B, neboť B v této hře nedělá vůbec žádný krok (tah)". Na str. 21^7 má být „... určuje pro ně náš algoritmus, která z uvedených možností nastává, a zároveň určuje optimální strategii...". Na str. 21_3 má být „Hilbertův problém". Na str. 23_{10} má být „... předtím naposledy prošel, do...". Na téže stránce pozn. pod čarou má být „Je přirozené předpokládat $M \neq A$". Na str. 24^{18} má být „..., pak je možno Minotaura nalézt". Na str. 25^3 má být „..., přičemž jsou-li zkoumány v témž pořadí, v němž jimi Theseus prošel, označují...". Na str. 26^{21} má být „... je zcela dokázána platnost hořejší alternativy...". Na str. 26_1 má být(!) „Předpokládejme naopak, že Minotaura je možno nalézt, ...". Na str. 27^4 je třeba vynechat celkem nesmyslný text v závorce, který ostatně v originále není. Na str. 27^{19} místo „Zvláště" má být např. „Totiž". Překlad třetího odstavce zdola na této stránce se značně odchyluje od originálu. Kromě toho ve druhé větě v něm místo „zobecněním" má být „zobecněním algoritmu" a v poslední větě místo „Přímá" má být „Přísná". Předposlední věta na str. 27 má znít „Zároveň je zcela přirozené očekávat, že v obecném případě, kdy... bludiště, nemůže být ničím jiným než nějakou formou metody přezkoušení všech variant". Na str. 32_7 má být „... dostaneme slovo *S*, na které již nelze použít žádnou substituci, řekneme, ..." (v originále podstatný předpoklad nepoužitelnosti žádné substituce na rozdíl od překladu neschází). Na téže str. v 1. řádku pozn. pod čarou má být „..., které jsou takto dány...". Překlad velmi důležité definice toho, že počítač řeší nějakou třídu úloh (která je podána na str. 55), není dost přesný a má znít takto: „Říkáme, že počítač řeší nějakou třídu úloh, jestliže je pro něj přípustná každá informace, která v určitém (předem zvoleném) kódu zobrazuje údaje charakterisující libovolnou konkrétní úlohu tohoto typu, a jestliže ji zpracovává v informaci, která v témž kódu zobrazuje řešení této úlohy". Na str. 58^8 místo „v našem případě q_1 a N" má být „předpokládejme, že to jsou q_1 a N". Na str. 71 a 72 v příkazech 1, 6, 7, 8 všude kde se hovoří o písmenu zapsaném na políčku pásky má místo „na" být „pod". Na str. 74 má ve formulaci příkazů 2 a 3 srozumitelněji být „... totožnou s tou dvojicí kódových skupin v šifře konfigurace, jejímž prvním členem je zpracovávaná kódová skupina". V příkazu 6 má být „Je-li ve zpracovávané trojici kódových skupin šifry schématu druhou skupinou 1001, potom ...kódovou skupinou s lichým počtem nul...". První věta na str. 75 má znít „Následkem této detailizace bude možno algoritmus napodobování koneckonců popsat určitým Turingovým funkčním schematem". Na str. 75^3 místo „počítač" má být „počítač *A*". Na str. 75^6 má být „U universálního Turingova počítače je možno všechna...". Poslední odst. § 11 má začínat „Tento zásadní rozdíl..., je ovšem nepřeklenutelný". Na str. 80 ve větě 1 místo „kalkulu" by mělo být „jednostranném kalkulu" (to chybí i v originále). O dva řádky níže místo „Je-li" má být „Protože". Na str. 81_4 je třeba vynechat slova „které jsou". Na str. 84_1 místo „v něž" má spíš být „ve kterou". Na str. 85^{11} se užívá pojmu výsledného slova v jednostranném kalkulu, ač se zdá, že bylo zavedeno pouze pro Turingovy počítače. Totéž je ovšem i v originále a spravila by to stručná poznámka. Na str. 85^{15} „zjistíme" není správné a má spíš být „... jestliže zaměníme (prohlásíme) substituce z π_M za neorientované?". Na str. 87^3 má věta znít „Jestliže tento přechod odpovídá tomu, že...".

Překladatelé v předmluvě píší, že české vydání knížky je třeba vřele uvítat. Recenzent se naproti tomu domnívá, že překlad v té formě v jaké byl vydán neslouží nikomu ke cti.

Jiří Bečvář

F. R. Güntsch: EINFÜHRUNG IN DIE PROGRAMMIERUNG DIGITALER RECHENAUTOMATEN. (Úvod do programování na číslicových počítačích.) Walter de Gruyter & Co., Berlin 1963. Str. 388, obr. 96, cena DM 54.

Tato kniha je dalekosáhle přepracovaným a podstatně doplněným druhým vydáním stručného (pouze 139 str.) Einführung in die Programmierung digitaler Rechenautomaten v roce 1960. Od prvního vydání se liší především tím, že je přidána kapitola pojednávající o různých druzích sdílení času a několik kapitol o programovacích jazycích a překladu z nich do kódu stroje. Poněvadž autor v tomto vydání důsledně užívá algoritmických zápisů v jazyce ALGOL, představuje tato knížka i dosti podrobný úvod do programování v ALGOLu (i když některé detaily tohoto jazyka jsou vynechány). Vůči prvnímu vydání není již výklad tak zhuštěný, takže se kniha lépe čte.

Úvodní kapitola čtenáře seznámí se základy funkce samočinných počítačů a podrobněji s počítačem Z 22. V druhé kapitole je uveden operační kód Z 22 a stručný výklad o blokových schematech. V třetí kapitole, která je dvojnásobného rozsahu než obě předchozí, obsahuje vlastní výklad programování počítače Z 22 (ve Freiburgském kódu, rozvětvování programů, cyklus). Souběžně se probírá i podstatná část ALGOLu (s výjimkou procedur). V dalších dvou kapitolách autor čtenáře seznamuje s používáním symbolických adres, jemuž se lze ve složitějších úlohách jen stěží vyhnout, a s programováním úloh, v nichž je několik cyklů.

V šesté a sedmé kapitole jsou probrány různé typy změn adres v programech a různé techniky začleňování podprogramů do programu hlavního. Výklad je značně bohatší než v jiných učebnicích programování. V souvislosti se začleňováním podprogramů je v podstatě dokončeno i probrání ALGOLu výkladem procedur.

Další tři kapitoly pojednávají o automatickém programování. Po vysvětlení základních principů překladu (generačního a interpretačního) následuje podrobnější výklad o významu programovacích jazyků blízkých stroji (maschinenorientierte Sprache) a běžném způsobu vyjadřování (problemorientierte Sprache) a o snahách o jejich standardizaci. Příklady algoritmů pro překlad aritmetických formulí čtenáři přiblíží práci překladačů.

V předposlední kapitole se autor vrací k ALGOLu a seznamuje čtenáře s prostředky popisu syntaxe ALGOLu, které jsou užity ve „Zprávě o algoritmickém jazyku ALGOL". Ke knize je přiložena tabulka znázorňující podrobně syntaxi ALGOLu.

Poslední kapitola je věnována popisu různých způsobů sdílení času.

Autor se v knize sice zaměřil především na problematiku programování technických a vědeckých výpočtů a pomíjí ty otázky, které jsou důležité při zpracování hromadných dat (užití magnetických pásek, vstup a výstup dat v předepsaném formátu), přesto však i z této oblasti uvádí několik příkladů (zpracování šeků, řazení, třídění, reservace míst).

Kniha je po přepracování velmi dobrým a podrobným úvodem do programování pro začátečníka, který se v ní seznámí i dosti dobře i s ALGOLem (snad bude postrádat jen větší počet příkladů s procedurami), avšak v jejím bohatém obsahu naleznou mnoho zajímavého i ti, kdož s počítači pracují avšak nemají možnost sledovat po časopisech nové směry vývoje operačních možností počítačů a automatického programování a použití počítačů vůbec.

Jiří Raichl

Lajos Takács: INTRODUCTION TO THE THEORY OF QUEUES. (Úvod do teorie hromadné obsluhy.) Oxford University Press, New York 1962. Stran 268, cena 000.

L. Takács ve své knize o teorii hromadění vychází z bohatých zkušeností, které v tomto oboru má a které zatím projevil ve svých mnoha článcích o této teorii a jejích aplikacích. Ve své knize se zabývá procesy hromadění hlavně v jejich transientním stavu, pro aplikace zajímavém a v dosavadní literatuře méně často popisovaném. Všímá si jednotlivých modelů systémů hromadění a jejich použití v některých aplikacích.

Kniha je rozdělena do devíti částí: v úvodu mimo několika názorných příkladů aplikací a rekapitulace nejčastěji pozorovaných rozložení pravděpodobností (vstupu prvků do systémů a jejich obsluhy) uvádí charakteristiky, které bude dále sledovat: a) pro stochastické procesy: $\{\eta(t)\}$ — virtuální čekací doba (virtual waiting time) v čase t (možno též interpretovat jako dobu, kterou musí obsluhující věnovat prvkům, čekajícím v čase t), $\{\xi(t)\}$ — délka fronty (queue size) v čase t; b) pro stochastické posloupnosti (jsou-li τ_i časy vstupu zákazníků do systému): $\{\eta_n\}$ (kde $\eta_n = \eta(\tau_n - 0)$) — čekací doba n-tého zákazníka, $\{\xi_n\}$ (kde $\xi_n = \xi(\tau_n - 0)$) — délka fronty před n-tým vstupem), $\{\zeta_n\}$ (kde $\zeta_n = \xi(\tau'_n + 0)$ a τ'_i jsou časy výstupu zákazníků) — délka fronty po n-tém výstupu (ze systému).

Kapitola 1. „Procesy hromadění s jedním obsluhujícím" je nejrozsáhlejší (přes 130 stran). V sedmi odstavcích se zabývá časovou závislostí fronty (konečné či neomezené) s Poissonovým, Palmovým či obecně rekurentním vstupem, exponenciálně či obecně rozloženou dobou obsluhy, s obsluhou individuální či skupinovou. Odvozuje — někdy i značně nejednoduchá — vyjádření např. pro rozložení čekací doby, čekací dobu n-tého zákazníka, proces výstupu ze systému, rozložení délky „pracovní doby" (busy period — doba, kdy alespoň jeden obsluhující je zaměstnán), pravděpodobnost nečinnosti obsluhujícího, rozložení délky fronty a jiné další charakteristiky spjaté s výše uvedenými stochastickými procesy (resp. posloupnostmi) a vyšetřuje jejich transientní chování, případně i asymptotické chování a stacionární stav.

Kapitola 2. je věnována procesům hromadění s více obsluhujícími. Zde pro případ Palmova vstupu a exponenciální obsluhy si všímá převážně asymptotického chování $\{\xi(t)\}$ a $\{\xi_n\}$; využívá při odvozování toho, že $\{\xi_n\}$ je Markovský řetězec.

V kapitole 3. přechází dále k systémům s nekonečně mnoha obsluhujícími s Poissonovým vstupem a exponenciálně rozloženou dobou obsluhy.

Kapitola 4. je prvou věnovanou aplikacím, a to procesům telefonního provozu (s exponenciálním rozložením čekací doby (zde „holding time").

Jako další z rozšířených aplikací je uveden v kapitole 5. problém údržby m strojů jedním pracovníkem a je ukázána značná analogie (matematická) s předcházející aplikací.

Poslední, šestá kapitola je věnována další oblasti, jíž autor již dříve věnoval hodně pozornosti – počítačům částic. Uvádí tři typy jejich modelů a shrnuje známé výsledky.

Dodatek obsahuje po jednom paragrafu věnovaném: Markovským řetězcům, Poissonovým procesům, rekurentním procesům; poslední paragraf zahrnuje nejdůležitější a často citované věty a tvrzení.

Poslední část knihy obsahuje řešení příkladů, připojených k jednotlivým paragrafům uvedených kapitol, z nichž některé vyžadují značné soustředění a jsou velmi vhodným doplňkem k procvičení podané látky.

Celá kniha je po formální matematické stránce psána velmi dobře a náročně, předpokládá neelementární znalosti z teorie stochastických procesů (autor se spokojí např. s odvozením složité integrodiferenciální rovnice, popisující příslušný proces, jako dostatečným řešením problému a další analýzu si často již odpouští a přenechává čtenáři). Již z obsahu knihy je znát, že se autor zaměřil na otázky, řešené v jeho četných dřívějších článcích (zvláště pokud se týká aplikací), jejichž výsledků též po příslušném zredigování hojně použil.

Michal Basch

E. J. Gumbel: STATISTICS OF EXTREMES. (Statistika extrémů.) Kniha o rozsahu 375 stran s 97 diagramy a 44 tabulkami vyšla v nakladatelství Columbia University Press v prvním vydání v r. 1958, v druhém vydání v r. 1960. Cena $ 15.

„Statistika extrémů" je ve světové literatuře první knižní publikace, věnovaná výlučně teorii extrémních hodnot. Autor, nyní profesor Columbijské university je známý pracovník v oboru teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky; od r. 1926 uveřejnil dosud asi 35 prací, týkajících se vesměs teorie extrémních hodnot. Značná část těchto prací tvoří obsah knihy, která však kromě toho shrnuje vývoj tohoto oboru za posledních čtyřicet let.

Kniha je rozdělena do osmi kapitol. První kapitola obsahuje přehled základních pojmů matematické statistiky, druhá pojednává o pořadových charakteristikách. Vlastním těžištěm knihy jsou kapitoly následující: Třetí kapitola je věnována přesné teorii distribučních funkcí extrémních hodnot pro konečné výběry, čtvrtá kapitola analyze typů extremálních distribučních funkcí. Pátá kapitola pojednává o asymptotických distribučních funkcích extrémů (klasifikace tří typů). Pátá kapitola je věnována prvnímu (dvojnásobně exponenciálnímu) typu extremálního rozdělení; šestá kapitola obsahuje řadu příkladů aplikací prvního typu v některých vědních oborech (hydrologii, meteorologii, v demografii, v geologii a v technických vědách). Sedmá kapitola je věnována studiu vlastností druhého (Cauchyho) a třetího (Weibullova) typu extremálního rozdělení; v této kapitole jsou současně uvedeny příklady aplikací distribuční funkce třetího typu v meteorologii a při zkoumání únavových jevů v nauce o pevnosti konstrukčních materiálů. Osmá kapitola obsahuje výsledky novějších, do značné míry autorových prací posledního desítiletí a to zejména o rozdělení rozpětí, o extremálním kvocientu a geometrickém rozpětí; tato kapitola také obsahuje příklady aplikace v klimatologii.

Kniha je původně koncipována jako učebnice; její dosah je však podstatně širší. Představuje v současné době jediné dílo o teorii extrémních hodnot, podávající ucelený přehled problematiky. Každá z jednotlivých částí kapitol obsahuje úvodem stručnou formulaci problému, kterému je příslušná část věnována. V závěru jednotlivých částí jsou pak uvedeny kontrolní úlohy a naznačeny úlohy, či problémy dosud neřešené. K studiu jsou potřebné elementární znalosti z teorie funkcí, analýzy a počtu pravděpodobnosti. Kniha je vybavena — se zřetelem k názornosti výkladu a použitelnosti pro praktické aplikace — velkým počtem diagramů a tabulek. Autor při psaní uplatnil zkušenosti, které nabyl v spolupráci s pracovníky různých vědních oborů, v nichž byla teorie aplikována. Rozsáhlý a úplný přehled základních prací z tohoto oboru (celkem 667 citací), uvedený v seznamu literatury umožňuje čtenáři návrat k původním pramenům a k získání všestranného přehledu o rozvoji tohoto oboru.

Kniha je vzorně graficky vybavena, tiskových chyb málo. Skutečnost, že se v krátkém období — dvou let — dočkala druhého vydání, svědčí sama o sobě o její kvalitě. Vzhledem k uvedeným skutečnostem lze ji doporučit jako základní dílo o teorii extrémních hodnot a to zejména pracovníkům přírodovědných a technických oborů.

Miroslav Maršál

Gábor Szász: INTRODUCTION TO LATTICE THEORY. (Úvod do teorie svazů.) Akadémiai Kiadó, Budapest 1963 (třetí vydání). Stran 229.

Teorie svazů náleží k nejdůležitějším partiím moderní algebry. Začala se ve větším měřítku pěstovat asi před 30 lety; její pojmy a metody pronikly do četných matematických disciplin. Také u nás se v teorii svazů pracuje; proto vítáme nové vydání Szászovy knihy o svazech.

Tato kniha je již třetím vydáním díla; první vydání bylo maďarské (1959), druhé německé (1962) a třetí anglické (1963). Anglické vydání je rozšířením německého zejména o nejnovější výsledky; v tom je jeho klad. Na druhé straně zřejmě nebyly korektury v anglickém vydání provedeny tak pečlivě jako v německém. Většinu tiskových chyb si čtenář snadno opraví. Některé však mění smysl textu a mohly by začátečníka uvést v omyl.

I. kapitola se týká částečně uspořádaných množin. Částečné uspořádání se zavádí jako reflexivní, antisymetrická a transitivní relace na množině. Definice pořádkového homomorfismu (isotonního zobrazení) na str. 16 je uvedena nesprávně (v definici má být jen implikace a ne ekvivalence). Následují pojmy maximálního a minimálního prvku, sousedních prvků a pojem Hasseova diagramu. V definici pojmu úplně neuspořádané množiny má být, že dva různé prvky jsou vždy nesrovnatelné. Na str. 21 je v příkladě řetězec C_2 popsán nesprávně. Lemma Kuratowského-Zornovo je zařazeno na nesprávném místě (ještě před pojmem horní hranice). Délka částečně uspořádané množiny na str. 21 má být zavedena jako suprémum délek jejích řetězců. Následuje pojem dolní a horní hranice, supréma a infima a věta o zachování supréma a infima při isomorfismu. Uvádějí se nejdůležitější důsledky podmínek o řetězcích. Pro částečně uspořádané množiny splňující Jordan-Dedekindovu podmínku (všechny maximální řetězce spojující dva prvky množiny mají touž délku), v nichž všechny intervaly mají konečnou délku, se konstruuje dimenze (dimension function).

II. kapitola je věnována pojmu svazu. Svaz se zavádí jako algebra s operacemi $\cap$ a $\cup$, které jsou podrobeny jistým axiomům. Definice operace na str. 30 je nesprávně formulována; operace je zobrazení A^n do A nikoliv A do A. Po nejjednodušších důsledcích axiomů následuje princip duality a zmínka o polosvazech. Uvádí se charakterisace svazu jako uspořádané množiny, v níž každá konečná uspořádaná množina má suprémum a infimum. Následují pojmy: podsvaz, ideál, atom. Podrobně je analysován pojem komplementu prvku ve svazu. Vedle běžných pojmů komplementu a relativního komplementu se studuje i pojem semikomplementu: u je semikomplement prvku x, když $u \cap x = o$ (o je nejmenší prvek). Pomocí těchto pojmů se definují slabě komplementární a semikomplementární svazy. Studují se pak vztahy mezi nimi. Prvek a svazu L se nazývá aditivně ireducibilní (aditivně primitivní), když $a = x \cup y$ ($a \leqq x \cup y$) implikuje $a = x$ nebo $a = y$ ($a \leqq x$ nebo $a \leqq y$). Duálně se definuje multiplikativní ireducibilita prvku. Formulují se dostatečné podmínky k tomu, aby každý prvek svazu se dal vyjádřit jako infimum množiny multiplikativně ireducibilních prvků. V komplementárním svazu pojem primitivního prvku v podstatě splývá s pojmem atomu. Zavádí se pojem pořádkového homomorfismu, polosvazového homomorfismu a svazového homomorfismu. Kapitola je ukončena přehledem o některých nezávislých systémech axiomů pro svaz. Nezávislost se dokazuje na příkladech; zde jsou opraveny chyby z německého vydání.

V příkladě 21 na str. 57 je nutno slovo „mapping" nahradit slovem „image".

V kapitole III se úplný svaz definuje jako svaz, v němž každá neprázdná množina prvků má suprémum a infimum. (Na str. 59 nahoře je nutno slovo „sublattice" nahradit slovem „subset".) V souvislosti s tímto pojmem se zavádí pojem úplného homomorfismu a zároveň zbytečně pojem úplného isomorfismu. (Každý isomorfismus je úplný.) Dokazuje se, že každé isotonní zobrazení úplného svazu do sebe má pevný bod. Pojem úplného svazu se zobecňuje na pojem relativně úplného svazu a σ-svazu. Kompaktním prvkem svazu se rozumí prvek, z jehož každé pokrývky lze vybrat konečnou pokrývku. (Pokrývka prvku c ve svazu L je taková množina $P \subseteq L$, že platí $c \leqq \sup P$). Úplný svaz se nazývá kompaktně generovaný, jestliže každý jeho prvek se dá vyjádřit jako suprémum nějaké množiny kompaktních prvků. Každý prvek takového svazu se dá vyjádřit jako infimum množiny tzv. totálně multiplikativně ireducibilních prvků. Ukazuje se, že systém všech podalgeber dané algebry tvoří úplný svaz, dále systém všech uzavřených množin každé uzávěrové operace tvoří úplný svaz. Popis operace uzávěru na svazu všech podmnožin topologického prostoru na str. 69 je chybný (není to endomorfismus). Dále se definují tzv. Galoisovy vztahy (Galois connections) mezi dvěma částečně uspořádanými množinami a popisuje se MacNeillova konstrukce vnoření částečně uspořádané množiny do úplného svazu se zachováním všech existujících suprém a infim. Dále se zavádějí topologické prostory pomocí base a subbase. V konstrukci systému všech uzavřených množin ze subbase na str. 74 schází, že tento systém je uzavřen vzhledem k tvoření průniků. Zavádí se pak na částečně uspořádané množině intervalová topologie a na úplném svazu konvergenční topologie.

V kapitole IV je definován distributivní svaz jako svaz, v němž pro libovolné tři prvky platí $a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)$, a modulární svaz jako svaz, v němž pro libovolné tři prvky $a \leqq c$, b platí $a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap c$. Pojem distributivity se pak zobecňuje v pojem nekonečné a úplné distributivity. Distributivní a modulární svazy jsou pak charakterisovány jako svazy neobsahující podsvazy jistého typu. Jsou udány podmínky nutné a dostatečné k tomu, aby podmnožina modulárního svazu generovala distributivní podsvaz. Dokazuje se, že transponované intervaly modulárního svazu jsou spolu isomorfní. Dále je dokázána věta Kurošova-Oreho: Libovolná dvě vyjádření prvku modulárního svazu ve tvaru infima konečného počtu multiplikativně ireducibilních prvků, v nichž není zbytečných prvků, mají stejný počet činitelů.

Některé z úloh, které následují za kapitolou, jsou formulovány chybně. Tak tvrzení úlohy 20 zřejmě neplatí pro řetězce. V úloze 22 je nutno předpokládat, že jde o úplný svaz s minimální podmínkou.

Kapitola V je věnována speciálním třídám modulárních svazů. Studují se především svazy, v nichž mají intervaly konečnou délku. Odvozuje se pro ně řada podmínek ekvivalentních s modularitou; jedna z nich je formulována v termínech dimense. Dále se studují ohodnocené svazy a zejména jejich speciální případ, tzv. metrické svazy. Ukazuje se, že každý metrický svaz je modulární. Dokazuje se, že komplementární modulární svaz je relativně komplementární (v předpokladech věty 48 modularita schází). Modulární svaz s jednoznačnými komplementy je distributivní. Axiomaticky se zavádí pojem projektivního prostoru a popisují se vlastnosti systému všech lineárních podprostorů projektivního prostoru.

V kapitole VI se studují Booleovy algebry, tj. komplementární distributivní svazy. Především jsou odvozena De Morganova pravidla pro počítání s komplementy. Úplnost Booleovy algebry implikuje její nekonečnou distributivnost. Úplná distributivita implikuje, že Booleova algebra je isomorfní se systémem všech podmnožin nějaké množiny. Podrobně jsou studovány vztahy mezi Booleovou algebrou a Booleovým okruhem; jsou popsány konstrukce, jimiž se z algebry sestrojí okruh a obráceně. Jako příklad se uvádí algebra všech binárních relací na dané množině. Zde se zbytečně dokazuje, že jde o úplnou Booleovou algebru; tato vlastnost je zřejmá, neboť jde o systém všech podmnožin kartézského čtverce dané množiny uspořádaný podle inkluse. Dále se uvádí algebra tříd ekvivalentních výroků. Kapitola končí výkladem o algebrách s měrou a konstrukcí rozšíření míry přes vnější míru.

V příkladě 16 je nutno předpokládat, že ohodnocení je isotonní.

Kapitola VII je věnována tzv. semimodulárním svazům, jejichž formální definice je příliš složitá, než aby se zde dala uvést v plném znění. Jejich definice je taková, že zahrnuje jako zvláštní případ modulární svazy i svazy splňující tzv. dolní podmínku o pokrytí. Semimodulární svazy konečné délky se nazývají Birkhoffovými svazy. Ukazuje se, že svaz všech ekvivalencí na dané množině je relativně komplementární semimodulární úplný svaz. Pak se zavádí abstraktně pojem lineární závislosti na množině a ukazuje se, že v systému atomů semimodulárního svazu lze tuto lineární závislost zavést. Tato lineární závislost má obvyklé vlastnosti: Lineárně nezávislou množinu atomů lze doplnit na maximální lineárně nezávislou množinu atomů. Dále se odvozují podmínky nutné a dostatečné k lineární nezávislosti atomů v semimodulárním a v Birkhoffově svazu. Birkhoffův svaz, v němž je největší prvek suprémem množiny atomů, je komplementární. Maximální vlastní semikomplement prvku v semikomplementárním semimodulárním svazu je komplementem tohoto prvku.

Na str. 155 čti místo $d - r \cup f$ správně $d = r \cup f$.

Ideálem svazu L rozumíme takovou neprázdnou podmnožinu $I \subseteq L$, že platí: $a, b \in I$ implikuje $a \cup b \in I$, $a \in I$ implikuje $a \cap x \in I$ pro každé $x \in L$. Analogicky se definuje duální ideál. Studiu ideálů je věnována VIII. kapitola. Všechny ideály svazu tvoří relativně úplný svaz, který je uzavřen vzhledem k operaci supréma. Popisuje se tvar prvků, z nichž je složeno suprémum konečného počtu ideálů. Ukazuje se, že svaz ideálů je modulární (distributivní), právě když daný svaz je modulární (distributivní). Dokazuje se Stoneova věta: Každý distributivní svaz je isomorfní s množinovým okruhem.

Kongruencí na svazu L rozumíme ekvivalenci Θ, pro niž ze vztahů $a \equiv b\ (\Theta)$, $c \equiv d\ (\Theta)$ plyne $a \cup c \equiv b \cup d\ (\Theta)$, $a \cap c \equiv b \cap d\ (\Theta)$. Podobně se definuje kongruence na libovolné abstraktní algebře. Studiu kongruencí je věnována kapitola IX. Systém všech kongruencí na dané algebře tvoří úplný podsvaz v systému všech ekvivalencí na této algebře. Tento svaz je kompaktně generovaný. Studují se dále zaměnitelné ekvivalence na množině. Jeden odstavec je věnován Schreierově větě o společném zjemnění dvou řad ekvivalencí na algebře (na str. 177 dole má být $H_{jk} = H_{j-1}$ $(H_j \cap H'_k)$, $H'_{kj} = H'_{k-1}$ $(H'_k \cap H_j)$). Pro svazy se speciálně dokazuje, že třídy kongruence jsou konvexní podmnožiny a že svaz kongruencí je distributivní. Popisuje se minimální kongruence na distributivním svazu, v níž jsou prvky $a \leq b$ kongruentní a minimální kongruence, při níž jsou prvky libovolného ideálu kongruentní. Dokazuje se, že každý ideál je jádrem aspoň jedné kongruence právě tehdy, když svaz je distributivní. Dále se dokazuje, že ideály a kongruence ve svazu si jednojednoznačně odpovídají, právě když svaz má nejmenší prvek, je distributivní a relativně komplementární.

Poslední X. kapitola je věnována direktním a subdirektním součtům algeber. Direktním součtem algeber s týmiž operacemi se rozumí jejich kartézský součin, v němž jsou operace definovány po složkách; subdirektními součty se pak nazývají jisté podalgebry direktního součtu. Algebra, která je direktním součtem jistých algeber, se dá promítnout na každý sčítanec součtu; tyto projekce jsou homomorfismy; ke každému z nich náleží kongruence na dané algebře. Jsou udány podmínky nutné a dostatečné k tomu, aby dvojice kongruencí na algebře náležela k rozkladu algebry ve dva přímé sčítance. Podobná podmínka je formulována pro subdirektní rozklad. Dokazuje se, že každá algebra se dá vyjádřit jako subdirektní součet subdirektně nerozložitelných algeber. Speciálně každý netriviální distributivní svaz se dá vyjádřit jako subdirektní součet dvouprvkových řetězců. Každý relativně komplementární svaz konečné délky se dá vyjádřit jako direktní součet konečného počtu relativně komplementárních svazů, z nichž každý má jen triviální kongruence. Studují se pak tzv. neutrální prvky svazu. Odvozují se podmínky nutné a dostatečné k tomu, aby prvek svazu byl neutrální. Neutrální prvky tvoří distributivní podsvaz.

Szászova kniha je určena jednak matematikům, kteří potřebují teorie svazů při práci v jiných odvětvích matematiky, jednak matematikům, kteří se chtí specialisovat v teorii svazů. Prvnímu okruhu čtenářů jsou věnovány aplikace teorie svazů na jiné partie matematiky (topologické prostory, projektivní prostory, algebra výroků, algebra relací, algebra s měrou apod.). Druhému okruhu čtenářů je určena řada poznámek a odkazů na časopiseckou literaturu.

Výběr látky je proveden velmi vhodně tak, aby byly zachyceny nejdůležitější pojmy a metody, které byly v teorii svazů dosud vypracovány. Řada výsledků je zde knižně zpracována po prvé. Jde zejména o výsledky maďarských matematiků, a to autora samého (např. výsledky o semikomplementárních svazech), E. T. Schmidta a G. Grätzera (popis kongruencí na distributivních svazech).

Výklad je jasný, důkazy jsou prováděny podrobně. K procvičení a hlubšímu pochopení látky jsou určena cvičení za každou kapitolou, v celkovém počtu kolem dvou set. K těžším z nich jsou připojeny návody na konci knihy. Seznam literatury obsahuje 232 čísla.

Přes drobné nedostatky, které lze v knize najít, je Szászova kniha cenným přínosem k literatuře o svazech. Časopisecká literatura o svazech je totiž velmi bohatá a stále jí přibývá, takže je dost nesnadné se v ní orientovat. Monografií o svazech není mnoho; pokud jsou, zachycují jen starší literaturu. Szászovi proto připadá zásluha, že zpracoval ve své knize literaturu až do roku 1962 a tím ji přiblížil širšímu okruhu matematiků.

Miroslav Novotný

Aplikace matematiky. Ročník 9 (1964). — Vydává Československá akademie věd v Nakladatelství ČSAV, Praha 1 — Nové Město, Vodičkova 40, dod. pú 1. — Redakce: Matematický ústav ČSAV, Praha 2 — Nové Město, Žitná 28, dod. pú 1. — Tiskne Knihtisk, n. p., provoz. 5, Praha 8 — Libeň-Kobylisy, Rudé armády 171, dod. pú 8. — Rozšiřuje Poštovní novinová služba, objednávky a předplatné přijímá PNS-ústřední expedice tisku, administrace odborného tisku, Praha 1 — Nové Město, Jindřišská 14. Lze také objednat u každého poštovního úřadu nebo doručovatele. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS-ústřední expedice tisku, odd. vývoz tisku, Praha 1 — Nové Město, Jindřišská 14. — Cena jednotlivého sešitu Kčs 7,50, v předplacení (6 × ročně) Kčs 45,— (cena pro Československo); $ 9,—; £ 3,4,4 (cena v devisách).

Toto číslo vyšlo v říjnu 1964.

A-05*41648