

Aplikace matematiky

Witold Wierzbicki

Aplikace statistických metod v technice

Aplikace matematiky, Vol. 4 (1959), No. 2, 142–144

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102654>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1959

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

APLIKACE STATISTICKÝCH METOD V TECHNICE

Diskusní příspěvek

WITOLD WIERZBICKI

Mezi mnoha aplikacemi teorie pravděpodobnosti na technické problémy jsou i takové, které vyžadují velmi komplikovaných matematických úvah a přispívají k zdokonalení příslušných matematických metod, ale jsou i jiné, při kterých může být užito velmi prostého matematického aparátu, ačkoliv problémy samotné jsou z technického hlediska velmi důležité. V prvním i v druhém případě je rozhodující správné využití samotného pravděpodobnostního pojetí, jehož užitečnost byla tak přesvědčivě ukázána v úvodním článku redakce časopisu Aplikace matematiky.

Já osobně jako nematematik užívám ve svých pracích běžných pravidel počtu pravděpodobnosti a přitom předkládám matematikům, s kterými spolupracuji, technické problémy vyžadující užití složitějších matematických metod.

Správně uvádí zahajující článek, že během posledních dvaceti a několika let našel počet pravděpodobnosti uplatnění v nejrůznějších odvětvích techniky. Já však zde omezím svůj příspěvek na svůj nejbližší obor — na inženýrské stavitelství. Problémy tohoto oboru, vyžadující řešení opírajícího se o pravděpodobnostní pojetí, se podle mého názoru dají v nynější době rozdělit na tyto čtyři druhy:

1. Otázky vyrovnání chyb laboratorních měření a s tím spojené otázky normalisace.
2. Úlohy, v kterých je třeba funkci obtížně integrovatelnou nahradit funkcí prostší, jejíž součinitele mohou být stanoveny podle počtu pravděpodobnosti. (V Polsku pracují v tomto směru např. W. WIERZBICKI, J. CZULAK a L. SMOLARCZYK.)
3. Otázky bezpečnosti staveb, na které klade zvláštní důraz redakční článek ve své třetí části. (V Polsku pracují v tomto směru např. W. WIERZBICKI a W. PIEKARSKI.)

4. Otázky geostatického a tedy skutečného (ne geodynamického) tlaku zeminy na stěnu. (V Polsku pracují v tomto směru např. A. GRUŻEWSKI, W. WIERZGICKI, L. TOMASZEWSKI a A. HABERZAK.)

Problémy prvního druhu vystupují všude tam, kde máme co činit s výsledky laboratorních měření, jsou dávno známé a není třeba se o nich podrobněji zmiňovat.

S otázkami druhého druhu se setkáváme např. při výpočtu oblouků. Statické výpočty takových konstrukcí vyžadují stanovení integrálů, ve kterých jsou pod integračním znaménkem souřadnice jednotlivých bodů osy oblouku a diferenciály jeho osy. Výpočet takových integrálů naráží na větší potíže, zvláště když tvar osy oblouku je složitý. V takových případech je možno integrovanou funkci nahradit funkcí parabolickou a určit součinitele této funkce metodou nejmenších čtverců.

Pokud jde o otázky bezpečnosti, je podle mého názoru možno považovat zatížení a dynamické součinitele za veličiny nenáhodné, nezávislé na způsobu, jakým byly určeny. Za těchto okolností je třeba při zkoumání bezpečnosti stavby považovat za jedinou náhodnou veličinu pevnost nebo také jinou charakteristiku hmoty, z níž je stavba zbudována. U stavební oceli můžeme považovat za takovou charakteristiku napětí na mezi plasticity \bar{R} .

Úlohu pravděpodobnostního pojetí v otázkách bezpečnosti staveb je možno formulovat tímto způsobem:

Po provedení řady zkoušek pevnosti sestrojíme křivku pravděpodobnosti, např. křivku Gaussovou nebo Pearsonovu a nanášíme přitom na ose úseček hodnoty \bar{R} od určitého počátku souřadnic O . Od tohoto počátku souřadnic nanášíme též největší napětí σ_g v daném prvku konstrukce. Plocha části obrazce omezená mezi úsečkou σ_g a úsečkou $\max \bar{R}$ bude pak vyjadřovat pravděpodobnost, že napětí v konstrukci nepřekročí mez plasticity, což je možno za určitých okolností pokládat za katastrofu stavby. Tuto pravděpodobnost p nazýváme ukazatelem bezpečnosti stavby. Jestliže chceme naopak postavit konstrukci o daném stupni bezpečnosti, předpokládáme v tomto případě ukazatel bezpečnosti p a priori. Snazší jest však rozhodnout se pro určitý ukazatel bezpečnosti, když σ_g vyhovuje konkrétním podmínkám působení stavby a když jest tedy počítáno jakoby z opravených vzorců technické pružnosti a pevnosti. Potom

$$\sigma_g = \sigma_0(1 + \sum \alpha),$$

kde σ_0 znamená napětí počítané z obvyklých vzorců pružnosti a pevnosti (dovolené namáhání) a $\sum \alpha$ součet procentuálních oprav vztahujících se k těmto vzorcům. Poměr středního \bar{R} a σ_0 bude představovat součinitel bezpečnosti.

Nechceme-li předem stanovit stupeň bezpečnosti, s jakým má být konstrukce postavena, hlavně s ohledem na obtíže volby správné hodnoty, musíme sta-

novit dovolené namáhání jako optimum podmínek bezpečnosti a hospodárnosti. K tomu sestrojíme diagram, kde vynášíme na osu pořadnic ukazatele bezpečnosti p a na ose úseček jim příslušející náklady nebo váhy konstrukce. Tímto způsobem dostaneme křivku, na které bude odpovídat optimálnímu bodu dovolené namáhání.

Jde-li konečně o geostatický tlak, dovolují metody počtu pravděpodobnosti vzít v úvahu nestejnorodosti struktury zemní masy, která vyvozuje tlak na zeď. Abychom toho dosáhli, je třeba především stanovit rozložení svislých napětí v zemní mase v závislosti na hloubce pod povrchem zeminy. Setkáváme se tu již s procesem stochastickým.

Posuzujeme-li tloušťku jednotlivých vrstev, předpokládáme, že pravděpodobnost určité tloušťky dané vrstvy se vyjadřuje exponenciální funkcí, klesající s tloušťkou té vrstvy, a obsahuje parametr závislý současně jak na vrstvě, která má končit, tak i na té, která má začít.

Ten předpoklad stačí pro sestavení soustavy obyčejných diferenciálních rovnic, v nichž jsou hledanými funkcemi pravděpodobnosti, že daná vrstva je v dané hloubce.

Řešení této soustavy umožňují vypočítat střední objemovou váhu zeminy v dané hloubce a odtud dále stanovit střední svislý statický tlak jako funkci hloubky. Parametry, o nichž byla řeč, jsou spolu spojeny tak jako pravděpodobnosti přechodu v jednoduchém řetězci Markova a mohou být stanoveny empiricky.

Přechod od svislého tlaku zeminy do geostatického tlaku na opěrnou zeď vyžaduje úvahy mechanického charakteru.

Pro stanovení geostatického zemního tlaku musíme mít k dispozici určitý materiál z výsledků zkoušek, jehož rozsah může v důsledku uvedených teoretických úvah být značně omezen.

Uvedené příklady užití počtu pravděpodobnosti v stavební technice mohou v různé míře zajímat matematika, mají však velký význam pro stavebnictví.

Správně varuje úvodní redakční článek před vulgarisací pravděpodobnostního pojetí, ale na druhé straně by zde nebylo vhodné pouštět se do úvah příliš obecné povahy na to, aby mohly vést k směrnice upotřebitelným pro praktické použití.