

A. N. Volkov

Chvění válcové skořepiny v proudu ideální kapaliny

Aplikace matematiky, Vol. 3 (1958), No. 3, 161–169

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102615>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1958

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ČLÁNKY

CHVĚNÍ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY V PROUDU IDEÁLNÍ KAPALINY

A. N. VOLKOV

(Došlo dne 3. června 1957.)

DT: 624.074.4
534.12-141

V práci je uvedena metoda výpočtu chvějící se uzavřené válcové skořepiny s ohledem na vliv ideální kapaliny obklopující skořepinu.

Chvění skořepin, zejména válcové skořepiny, bylo probádáno svého času ještě RAYLEIGHEM. Celá řada současných prací je věnována téže otázce.

Pro praxi je velice důležitá otázka, jaké charakteristické vlastnosti má válcová skořepina při chvění v kapalném prostředí. Jako příklad takových konstrukcí mohou sloužit potrubí, trupy lodí a ponorek.

Na základě fyzikálních úvah je možno kvalitativně odhadnout vliv kapalného prostředí. Toto prostředí bude mít nepochybně vliv na zmenšení nebo zvětšení frekvence chvění konstrukce ve srovnání s frekvencí chvění ve vakuu, jelikož při chvění konstrukce v kapalině se společně se stěnami skořepiny pohybuje i okolní prostředí. Pohyb tohoto prostředí tvoří efekt, který se obvykle nazývá vlivem připojené hmoty.

V dalším budeme vyšetřovat příčné chvění krátké válcové skořepiny v toku kapaliny. O kapalině budeme předpokládat, že je ideální, její pohyb že je trojrozměrný a potenciální, bez odtržení proudu od povrchu.

V důsledku těchto předpokladů o kapalině je určení jejího pohybu převedeno na určení potenciálu rychlostí.

Proud v potrubí se podílí na chvění i toku, který je určen vektory rychlosti V_x, V_φ, V_r , s hustotou ρ a tlakem P .

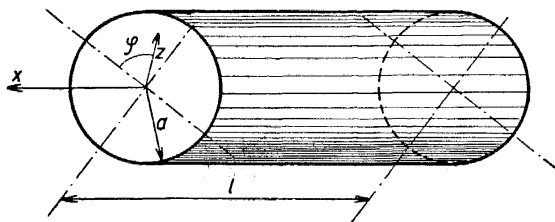
Pohyb proudu je popsán soustavou rovnic:

1) rovnice kompatibility:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho V_\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial(\rho V_r)}{\partial r} + \frac{\rho V_r}{r} = 0 \quad (1)$$

2) linearisované Eulerovy pohybové rovnice:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial t} (\rho V_x) + U \frac{\partial}{\partial x} (\rho V_x) - U \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + U \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) & \text{a)} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} &= \frac{\partial}{\partial t} (\rho V_\varphi) + U \frac{\partial}{\partial x} (\rho V_\varphi) & \text{b)} \\ -\frac{\partial P}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial t} (\rho V_r) + U \frac{\partial}{\partial x} (\rho V_r) & \text{c)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



Obr. 1.

V rovnicích jsou označeny:

- ρ — hustota kapaliny,
- t — čas,
- x, φ, r, a, l — jsou označeny na obrázku 1,
- V_x, V_φ, V_r — komponenty rychlosti,
- U — rychlost proudění,
- P — tlak kapaliny.

Vyšetříme okrajové podmínky.

Poloha částice kapaliny je v okamžiku t určena souřadnicemi $(x + u, a\varphi + v, a + w)$, kde u je posunutí podélné, v posunutí tangenciální, w posunutí normální.

V okamžiku $t + dt$ zaujme částice polohu $(x + u + V_x dt, a\varphi + v + V_\varphi dt, a + w + V_r dt)$, kde rychlosti jsou uvažovány při $r = a$, tj. na hranici.

To znamená, že ve směru souřadnice r je celkové posunutí částice rovno

$$a + w + \frac{\partial w}{\partial t} dt + \frac{\partial w}{\partial x} V_x dt + \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} V_\varphi dt,$$

při čemž rychlost této částice na hranici ve směru poloměru je

$$V_r = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} V_x + \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} V_\varphi \quad (r = a). \quad (3)$$

Vezmeme funkci $\Phi(x, \varphi, r, t)$ představující potenciál rychlosti vyjádřený pomocí komponent rychlosti takto:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \varrho(V_x - U) & \text{a)} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} &= \varrho V_\varphi & \text{b)} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial r} &= \varrho V_r & \text{c)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Dosazením (4c) do (2c) a integrací dostaneme pro tlak výraz

$$P = P_0 - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - U \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (5)$$

kde P_0 je konstanta tlaku. Bez újmy obecnosti klademe $P_0 = 0$.

Po dosazení potenciální funkce do rovnice kompatibility dostaneme

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0. \quad (6)$$

Vyjádříme funkci Φ takto:

$$\Phi(x, \varphi, r, t) = R(r) S(x, \varphi, t). \quad (7)$$

Dosadíme (7) do rovnice (3); s uvážením (4c) dostaneme vyjádření funkce $S(x, \varphi, t)$ ve tvaru, který dosadíme zpět do (7):

$$\Phi(x, \varphi, r, t) = R(r) \cdot \varrho \frac{\left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right)}{R'(a)}, \quad (8)$$

kde $R'(a)$ je hodnota derivace $R(r)$ pro $r = a$.

Vezmeme-li v úvahu (8), dostane rovnice pro tlak na hranici tvar

$$-P = \frac{R(a)}{R'(a)} \varrho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right). \quad (9)$$

V rovnici (9) je $\frac{R(a)}{R'(a)}$ konstanta, která vyhovuje rovnici (6) na hranici a definuje funkci $R(r)$.

Určíme funkci $R(r)$ ze vztahu (6).

Hledáme řešení rovnice (6) ve tvaru

$$\Phi = R(r) \cdot e^{i\lambda x + i n \varphi + i \omega t}. \quad (10)$$

Zde označuje

i — imaginární jednotku,

$$\lambda = \frac{m\pi}{l},$$

m — počet polovičních vln v podélném směru,
 n — počet polovičních vln v příčném směru,
 ω — frekvenci chvění.

Dosazením (10) do (6) dostaneme rovnici, z níž chceme určit $R(r)$, ve tvaru

$$R'' + \frac{1}{r} R' - \left(\lambda^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0. \quad (11)$$

Toto je Besselova rovnice. Její řešení se запиše takto:

$$R(r) = c_1 \cdot I_n(i\lambda r) + c_2 \cdot N_n(i\lambda r). \quad (12)$$

Aby bylo řešení při $r = 0$ regulární, pokládáme $C_2 = 0$ a parametr $\frac{R(a)}{R'(a)}$ má v tomto případě tvar

$$\frac{R(a)}{R'(a)} = \frac{a}{n - i\lambda \frac{I_{n+1}(i\lambda a)}{I_n(i\lambda a)}}. \quad (13)$$

Tlak kapaliny se tedy při $r = a$ rovná

$$P = - \frac{a}{n - i\lambda \frac{I_{n+1}(i\lambda a)}{I_n(i\lambda a)}} \varrho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); \quad (14)$$

je-li rychlost proudění rovna nule, pak

$$U = 0, \quad \varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \varrho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \\ P = - \frac{a}{n - i\lambda \frac{I_{n+1}(i\lambda a)}{I_n(i\lambda a)}} \varrho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (15)$$

Prozkoumáme chvění válcové skořepiny s kloubově uloženými konci v toku ideální kapaliny při nulové rychlosti proudění.

Řídíme-li se technickou teorií skořepin prof. V. Z. VLASOVA, popíšeme deformaci válcové skořepiny symetrickou soustavou diferenciálních rovnic tvaru:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - \nu) \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + (1 + \nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} + \nu \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\varrho_0(1 - \nu^2) a^2}{Eh} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \quad \text{a)} \\ \frac{1 + \nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{1 - \nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{\varrho_0(1 - \nu^2) a^2}{Eh} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0 \quad \text{b)} \\ \nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + c^2 \nabla^2 \nabla^2 w + w + \frac{\varrho_0(1 - \nu^2) a^2}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{(1 - \nu^2) a^2}{Eh} P &= 0 \quad \text{c)} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Zde $c^2 = \frac{h^2}{12R^2}$, ϱ_0 je hustota skořepiny.

Dosaďme-li hodnotu P z (15) do (16c), napíše se rovnice (16c) takto:

$$v \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + c^2 \nabla^2 \nabla^2 w + w + \frac{(1 - \nu^2) a^3}{E} \left\{ \varrho_0 + \frac{a \varrho}{h \left[n - i \lambda a \frac{I_{n+1}(i \lambda a)}{I_n(i \lambda a)} \right]} \right\} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (16^*c)$$

V daném případě, kdy $U = 0$, $\varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \varrho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$, může být soustava diferenciálních rovnic (16) zavedením funkce $F(x, \varphi)$ převedena na jednu diferenciální rovnici osmého řádu.

Předpokládáme-li podle prof. V. Z. Vlasova

$$\left. \begin{aligned} u &= \left(\frac{\partial^3 F}{\partial x \partial \varphi^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^3} \right) + u_0 \\ v &= - \left[\frac{\partial^3 F}{\partial \varphi^3} + (2 + \nu) \frac{\partial^3 F}{\partial x^2 \partial \varphi} \right] + v_0 \\ w &= \nabla^2 \nabla^2 F + w_0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

kde u_0, v_0, w_0 jsou partikulární integrály soustavy nehomogenních rovnic (16).

Soustavu diferenciálních rovnic můžeme zaměnit jednou diferenciální rovnicí

$$\nabla^8 F + \frac{1 - \nu^2}{c^2} \nabla^4 F - \frac{(1 - \nu^2) a^2}{E c^2} \left\{ \varrho_0 + \frac{a \varrho}{h \left[n - i \lambda a \frac{I_{n+1}(i \lambda a)}{I_n(i \lambda a)} \right]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^4 F = 0. \quad (18)$$

Předpokládejme, že skořepina má na příčných okrajích ($x = 0$, $x = l$) kloubově neposuvné upevnění v rovině těchto okrajů.

Okrajové podmínky mají při takovém upevnění tvar:

$$\text{pro } x = 0 \text{ a } x = l \text{ je } v = w = N_1 = M_1 = 0. \quad (19)$$

Vyjádříme-li podmínky (19) pomocí funkce F , která je řešením rovnice (18), napíšeme:

$$\text{pro } x = 0 \text{ a } x = l \text{ je } F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = \frac{\partial^6 F}{\partial x^6} = 0. \quad (20)$$

To znamená, že funkce F ze základní rovnice (18) musí být určena tak, aby se tato funkce a všechny její sudé derivace podle proměnné x do šesté včetně pro $x = 0$ a $x = l$ rovnaly nule.

Podmínky (20) však k určení funkce $F(x, \varphi, t)$ nestačí, protože se vztahují jen k jedné proměnné x . Kromě okrajových podmínek (20) musíme pro funkci F udát ještě podmínky vztahující se k další souřadnici φ . Protože v uvažovaném případě má příčný řez skořepiny tvar uzavřené kružnice, musí být hledaná

řešení vzhledem k úhlové souřadnici φ periodická, tj. nesmí měnit svou hodnotu, jestliže argument φ se změní na $\varphi + 2k\pi$

$$F(x, \varphi, t) = F(x, \varphi + 2k\pi, t). \quad (21)$$

Vzhledem k podmínkám (20) a (21) si můžeme obecné řešení diferenciální rovnice (18) představit ve tvaru řady:

$$F(x, \varphi, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{m,n} \sin \frac{m\pi x}{l} \cos n\varphi \cdot e^{\omega t}. \quad (22)$$

Dosadíme (22) do (18):

$$\begin{aligned} & \lambda^8 + 4\lambda^6 n^2 + 6n^4 \lambda^4 + 4n^6 \lambda^2 + n^8 - \frac{1 - \nu^2}{c^2} [\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4] + \\ & + \frac{(1 - \nu^2) a^2}{E c^2} \left\{ \varrho_0 + \frac{a \varrho}{h \left[n + \frac{n}{n+1} \right]} \right\} \omega^2 [\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4] = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

V této rovnici jsme upravili poslední člen tím, že jsme Besselovy funkce nahradili podle jejich definice výrazem

$$n - i\lambda \frac{I_{n+1}(i\lambda a)}{I_n(i\lambda a)} = n + \frac{\lambda^2 a^2}{n+1}. \quad (24)$$

Z rovnice (23) určíme frekvenci:

$$\omega^2 = \frac{\left[\frac{1 - \nu^2}{c^2} (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) - (\lambda^8 + 4\lambda^6 n^2 + 6n^4 \lambda^4 + 4n^6 \lambda^2 + n^8) D \right]}{a^4 h \left[\varrho_0 + \frac{a \varrho}{h \left(n + \frac{n}{n+1} \right)} \right] (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4)}, \quad (25)$$

kde D je válcová tuhost

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}.$$

Uděláme rozbor získané formule (25).

Je zřejmé, že velikost členu $\frac{a \varrho}{h \left(n + \frac{n}{n+1} \right)}$ vyjadřuje připojenou hmotu-

-vliv kapalného prostředí; to znamená, že podle toho, bude-li tento člen záporný či kladný, projeví se tento vliv ve zvětšení nebo zmenšení frekvence chvění.

Vyšetříme konkrétní příklad:

$$l = 5 \text{ m}, \quad h = 0,015 \text{ m}, \quad a = 0,9 \text{ m}, \quad \nu = 0,3, \quad E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ t/m}^2,$$

$$\varrho_0 = 0,8 \text{ t/m}^3, \quad \varrho = 0,102 \text{ t/m}^3;$$

1) tok uvnitř potrubí:

$$\omega = 47,$$

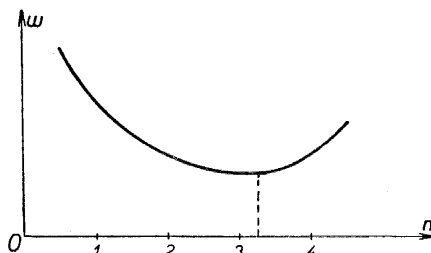
2) prázdné potrubí:

$$\omega = 85 .$$

Zevrubná analýsa vzorce (25) a jeho porovnání s přesnějšími vzorci odvozenými bez podmínky $\varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \varrho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$ dovolily stanovit meze jeho použitelnosti.

Popsaný způsob určení frekvence dává dobrý výsledek při $n \geq 3$, při $n < 3$ však vzniká chyba a není tedy vždy možné zanedbávat síly setrvačnosti podélného a tečného posunutí.

Nejmenší frekvence bude při $m = 1$, avšak hodnota n , při níž bude frekvence nejmenší, závisí na geometrických rozměrech skořepiny a obvykle nastává ne při nejmenších hodnotách těchto čísel.



Obr. 2.

Daný konkrétní příklad $n \approx 3$ je možno znázornit graficky takto:

Aniž bychom měnili obecnou strukturu vzorce (25), můžeme prozkoumat případ, kdy tok kapaliny je vně potrubí.

K tomu je nutné položit v rovnici (12) $c_1 = 0$, aby totiž funkce $R(r)$ byla regulární v nekonečnu; parametr $\frac{R(a)}{R'(a)}$ bude takovýto:

$$\frac{R(a)}{R'(a)} = \frac{a}{n - i\lambda a \frac{H_{n+1}^{(1)}(i\lambda a)}{H_n^{(1)}(i\lambda a)}} . \quad (26)$$

Pro případ $\lambda a \ll 1$ je možno přibližně položit

$$H_n^{(1)}(i\lambda a) \cong \frac{(n+1)!}{\pi i^{n+1}} \left(\frac{2}{\lambda a}\right)^n, \quad n \neq 0 \quad (27)$$

a pro parametr dostaneme

$$\frac{R(a)}{R'(a)} = \frac{a}{n + 2n} = \frac{a}{3n} . \quad (28)$$

Vzorec (25) se napíše

$$\omega^2 = \frac{\left[\frac{1 - \nu^2}{c^2} (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) - (\lambda^8 + 4\lambda^6 n^2 + 6n^4 \lambda^4 + 4n^6 \lambda^2 + n^8) D \right]}{a^4 h \left[\varrho_0 + \frac{a\varrho}{h \cdot 3n} \right] (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4)} . \quad (29)$$

Pro náš konkrétní případ analogický výpočet trupu ponorky vychází

$$\omega = 59 .$$

Případ $U = \text{const.} \neq 0$.

Tlak z rovnice (14) se rovná

$$P = -\frac{R(a)}{R'(a)} \varrho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right).$$

Jestliže dosadíme takto vyjádřený tlak P do (18), dostaneme rovnici v tvaru

$$\begin{aligned} \nabla^8 F + \frac{1-\nu^2}{c^2} \nabla^4 F - \frac{(1-\nu^2) a^2}{Ec^2} \left[\left(\varrho_0 + \frac{R(a)}{R'(a)} \frac{\varrho}{h} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^4 F + \right. \\ \left. + 2U \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \nabla^4 F + U^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^4 F \right] = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Napišeme funkci $F(x, \varphi, t)$ ve tvaru (22) a rovnice (30) bude mít pak tento tvar:

$$\begin{aligned} \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \lambda x \cos n\varphi e^{\omega t} [\lambda^8 + 4\lambda^6 n^2 + 6\lambda^4 n^4 + 4\lambda^2 n^6 + n^8] + \\ + \frac{1-\nu^2}{c^2} \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \lambda x \cos n\varphi e^{\omega t} (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) - \\ - \frac{(1-\nu^2) a^2}{E} \left[\left(\varrho_0 + \frac{R(a)}{R'(a)} \frac{\varrho}{h} \right) \omega^2 \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \lambda x \cos n\varphi e^{\omega t} (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) - \right. \\ \left. - 2U\omega \sum_m \sum_n A_{mn} \cos \lambda x \cos n\varphi e^{\omega t} (\lambda^5 + 2\lambda^3 n^2 + \lambda n^4) + \right. \\ \left. + U^2 \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \lambda x \cos n\varphi e^{\omega t} (\lambda^6 + 2\lambda^4 n^2 + \lambda^2 n^4) \right] = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Násobíme-li postupně (31) výrazy $\sin \lambda x \cos n\varphi$, $\cos \lambda x \cos n\varphi$ a integrujeme v mezích od nuly do l , dostaneme:

$$\begin{aligned} [\lambda^8 + 4\lambda^6 n^2 + 6\lambda^4 n^4 + 4\lambda^2 n^6 + 8n^8] - \frac{1-\nu^2}{c^2} (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) - \\ - \frac{(1-\nu^2) a^2}{Ec^2} \left[- \left(\varrho_0 + \frac{R(a)}{R'(a)} \frac{\varrho}{h} \right) \omega^2 (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) + U_2 (\lambda^6 + 2\lambda^4 n^2 + \lambda^2 n^4) \right] = 0 \quad \text{a)} \\ 2U\omega (\lambda^5 + 2\lambda^3 n^2 + \lambda n^4) \frac{(1-\nu^2) a^2}{E} = 0 \quad \text{b)} \end{aligned} \quad (32)$$

Rovnice (32b) má pouze triviální řešení $\omega \equiv 0$.

Rovnice (32a) dává řešení

$$\omega^2 = \frac{A}{a^4 h \left(\varrho_0 + \frac{R(a)}{R'(a)} \frac{\varrho}{h} \right) (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4)}, \quad (33)$$

kde

$$\begin{aligned} A = D \left[\frac{1-\nu^2}{c^2} (\lambda^4 + 2\lambda^2 n^2 + n^4) - (\lambda^8 + 4\lambda^6 n^2 + 6\lambda^4 n^4 + 4\lambda^2 n^6 + n^8) + \right. \\ \left. + \frac{(1-\nu^2) a^2 U^2}{Ec^2} (\lambda^6 + 2\lambda^4 n^2 + \lambda^2 n^4) \right]. \end{aligned}$$

Vzorec (33) znamená, že rychlostí proudění se zvětšuje frekvence chvění, tato rychlost však musí mít značně velikou hodnotu.

LITERATURA

- [1] *Власов В. З.*: Общая теория оболочек, 1949.
- [2] *Грей Е.*: Функции Бесселя и их приложения к физике и механике, 1951.
- [3] *Смирнов С. М.*: Курс высшей математики, I., II., 1953.
- [4] *Релей*: Теория звука, 1948.
- [5] *Ламб*: Гидродинамика, 1950.
- [6] *Flügge*: Statik und Dynamik der Schalen, 1932.
- [7] *Niordson F. J.*: Vibrations of a Cylindrical Tube, 1948.

Резюме

ВИБРАЦИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ПОТОКЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

А. П. ВОЛКОВ (A. N. Volkov)

(Поступило в редакцию 3/VI 1957 г.)

В статье рассматривается динамическая задача расчета цилиндрической оболочки замкнутого профиля. Исследуется влияние так называемой присоединенной массы, характеризующей собой наличие окружающей оболочку идеальной жидкости. Исследуется также влияние скорости потока на динамические характеристики оболочки.

Zusammenfassung

DIE SCHWINGUNG EINER ZYLINDER-SCHALE IN DER STRÖMUNG EINER IDEALEN FLÜSSIGKEIT

A. N. VOLKOV

(Eingegangen am 3. Juni 1957.)

In diese Arbeit wird die dynamische Aufgabe der Berechnung einer Zylinder-Schale mit geschlossenem Profil behandelt. Es wird der Einfluss der sogenannten zusätzlichen Masse untersucht, durch welche die Anwesenheit einer idealen Flüssigkeit charakterisiert wird. Gleichzeitig wird der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit auf die dynamischen Charakteristiken der Schale untersucht.