Aplikace matematiky

Zprávy. Celostátní konference o aplikacích matematiky

Aplikace matematiky, Vol. 1 (1956), No. 6, 450–477

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102546

ZPRÁVY

CELOSTÁTNÍ KONFERENCE O APLIKACÍCH MATEMATIKY

Ve dnech *15. až 18. května 1956* se konala *v Praze* celostátní konference o aplikacích matematiky.

Konferenci zahájil za onemocnělého ředitele Matematického ústavu ČSAV prof. dr V. Knichala pracovník MÚ ČSAV ing. dr I. Babuška. Poté bylo zvoleno *předsednictvo konference* ve složení: Akademik F. Klokner, nositel řádu republiky, prof. dr J. Janko, doc. dr M. Hampl a prof. dr V. Knichal. Akademik Klokner, který řídil jednání prvního dne konference, přednesl pak projev, v němž na základě zkušeností z vlastní tvůrčí činnosti inženýrské poukázal na nezbytnost spolupráce technika s matematikem a na význam konference, která má pomoci odstraniti dosavadní ne zcela uspokojivý vztah mezi matematiky a techniky.

Jednání konference probíhalo jednak *v plenárních zasedáních*, jednak *ve čtyřech sekcích: v sekci parciálních diferenciálních rovnic a mechaniky, v sekci matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti, v sekci obyčejných diferenciálních rovnic a v sekci numerických a grafických method*. Na plenárních zasedáních bylo předneseno pět hlavních referátů z nejdůležitějších matematických pracovišť, zabývajících se matematickými aplikacemi. V sekcích bylo předneseno 48 sdělení a v sekci matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti sdělení jediného zahraničního účastníka konference prof. dr W. Sadowského z Varšavy. Poslední den pak byl věnován (kromě dvou plenárních sdělení) diskusi o výhledovém plánu některých matematických pracovišť, zabývajících se aplikacemi matematiky, na rok 1960. Bohužel takto stanovený program diskuse odsunul jiné problémy, které se objevily při diskusi k hlavním referátům.

Snaha podat již dnes ucelené a všestranné zhodnocení konference by byla předčasná. Omezíme se proto jen na několik poznámek. Průběh konference i její výsledky byly nesporně úspěšné; vědecká úroveň přednášek i sdělení byla dobrá; byly navázány přátelské osobní styky mezi jednotlivými pracovníky z různých míst a tak mnohdy položeny základy ke spolupráci různých pracovišť; přednášky a sdělení konference podaly určitý obraz jednotlivých problémů i themat v oboru aplikované matematiky, na nichž se u nás pracuje. Asi 50% referátů přednesli na konferenci pracovníci Výzkumného ústavu tepelné techniky a Matematického ústavu ČSAV. Z těchto sdělení je patrno, že VÚTT, který se zabývá velmi širokou matematickou problematikou, úspěšně spolupracuje s praxí zejména v hydrodynamice, theorii pružnosti a statistické kontrole jakosti. Problematika matematických aplikací v MÚ ČSAV je naopak užší. Řešené technické problémy jsou zde omezeny na otázky theorie pružnosti ve stavebnictví. Dále se MÚ ČSAV zabývá některými theoretickými otázkami elektrotechniky a aplikacemi statistiky ve zdravotnictví a biologii. Škoda, že pracovníci theoreticko-technických výzkumných pracovišť nepřednesli na konferenci více referátů o své práci a dosažených výsledcích, aby tak byla patrna širší problematika matematických aplikací v ČSR. Pozoruhodná byla aktivní účast pracovníků mimopražských (z 322 přihlášených účastníků bylo 127 mimopražských) a naproti tomu neúčast matematiků z pražské university, kteří vedle učitelů a vědeckých pracovníků v matematice vychovávají i pracovníky pro průmysl a výzkum. Na konferenci nepřihlásili dále referát ani sdělení theoretičtí fysikové a pracovníci přírodních věd, takže se konference vůbec nezabývala aplikacemi matematiky ve fysice, chemii a jiných přírodních vědách, s nimiž je vývoj matematiky těsně spjat.

Úspěšný průběh konference ukázal, že by bylo užitečné konference tohoto druhu konat pravidelně.

Jaroslav Fuka

Referáty, přednesené na plenárních zasedáních

I. Babuška, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Práce MÚ ČSAV v oboru parciálních diferenciálních rovnic, theorie pružnosti a aplikace na problémy ve stavebnictví.**

Referát se zabýval výsledky práce Matematického ústavu v oboru parciálních rovnic, matematické theorie pružnosti a matematických aplikací za dobu přibližně čtyř let.

V prvé části přednášky byl naznačen vývoj oddělení parciálních rovnic a předloženy k diskusi některé názory na poměr matematické theorie a matematických aplikací s hlediska základního výzkumu, zejména s ohledem na řešení problémů technické praxe, tak jak se jeví na základě získaných několikaletých zkušeností.

V druhé části přednášky bylo referováno o dosažených výsledcích v oboru parciálních rovnic. Tak na př. při problému v biharmonické rovině byly naznačeny některé výsledky z theorie hraničních vlastností a některých numerických method. Bylo referováno i o numerických methodách pro řešení biharmonického problému v jistých speciálních oblastech, jako na př. v pásu, polopásu a klínu. Větší pozornost byla v přednášce také věnována methodě sítí pro numerické řešení parciálních lineárních diferenciálních rovnic, zejména s ohledem na odhad chyb. Z dalších theoretických problémů bylo také referováno o některých otázkách unicity Dirichletova problému a pod.

Ve třetí části přednášky bylo referováno o některých řešených konkretních problémech, zejména ve stavebnictví. Tak byly naznačeny některé výsledky dosažené při řešení problému přehrady na pružném podloží a stručně pojednáno o jejich významu v praxi. Podrobněji pak bylo referováno o řešení jistého problému základní důležitosti souvisejícího s výstavbou našeho největšího vodního díla Orlík. Tento problém jest řešen ve spolupráci s VÚTMS — odbočky vodních staveb v Brně. Byly naznačeny některé výsledky přibližně dvouleté práce na tomto problému.

*

O. Fischer, Matematický ústav ČSAV, Praha: **O činnosti oddělení matematické statistiky Matematického ústavu ČSAV.**

Práce oddělení zahrnuje jednak aplikace matematické statistiky na konkretní problémy různých oborů praxe, jednak theoretickou činnost v matematické statistice a počtu pravděpodobnosti.

Aplikace, kterými se oddělení v přítomné době zabývá, je možno podle thematického zaměření rozdělit do těchto dvou skupin: 1. aplikace na některé obory věd biologických, 2. aplikace na některé problémy technické.

V oboru aplikací biologických byla věnována pozornost především problémům výzkumu lékařského a zdravotnického. Je známo, že aplikace matematické statistiky na experimenty s malým počtem pozorování mají všeobecně uznávanou tradici a používá se jich s úspěchem zejména v biologii. Jinak je tomu u statistických studií, při nichž je nutno zpracovat číselný materiál o mnoha tisících pozorování, jako jsou na př. studie zaměřené na sledování různých ukazatelů zdravotního stavu obyvatelstva. Těmito sociálně-zdravotnickými studiemi, které jsou pro hospodářský a kulturní život velmi důležité, je nutno se zabývat jak po stránce theoretické tak i s hlediska praktického provedení šetření. Četné práce tohoto oboru, domácí i zahraniční vykazují řadu závažných nedostatků. Většina těchto prací nepřekračuje rámec pouhého popisu a spočívá ve výpočtu procent nebo průměrů, přesnost výběrových charakteristik nebývá buď uvedena vůbec, nebo bývá často stanovena chybně a v četných případech není používáno vhodných ukazatelů. Zejména však je při těchto studiích nutno zabývat se otázkami sběru materiálu. Je nutno stanovit způsob a rozsah výběru, a to nejen vzhledem k požadované přesnosti, ale také s ohledem na kvalitu číselných údajů, které je možno při šetření dostat. Jde zde tedy o rozpracování theorie zaměřené na velké výběry, zejména pak o to, že při těchto výběrech jsou dány možnosti využití výsledků z šetření již provedených nebo šetření souběžných. U experimentů s malým počtem pozorování tato možnost zpravidla dána není.

Oddělení matematické statistiky Matematického ústavu ČSAV spolupracuje na dvou dlouhodobých šetřeních tohoto druhu: 1. šetření o zdravotním stavu chrupu obyvatelstva, 2. sledování stavu výživy obyvatelstva a vlivu výživy na jeho zdravotní stav.

Do oboru aplikací biologických spadají též aplikace v zemědělství, jimiž se oddělení v poslední době intensivněji zabývá.

Z aplikací na problémy technické byl řešen zejména úkol týkající se výroby elektrické energie, který spočíval ve stanovení nejvýhodnějšího poměru mezi výstavbou vodních a parních elektráren.

V další části referátu byl podán stručný přehled theoretických otázek, jimiž se pracovníci oddělení zabývají. Jde vesměs o problémy zaměřené k aplikacím, na nichž se v oddělení pracuje. O většině dosažených výsledků byla pracovníky oddělení na konferenci přednesena sdělení.

Referát byl zakončen stručnou poznámkou o vyhlídkách práce oddělení. V oboru aplikací se rýsují tyto čtyři oblasti problémů, kterým bude v budoucnosti nutno věnovat pozornost: 1. aplikace na experimenty biologické, 2. aplikace na statistické studie s velkým počtem pozorování, jako jsou studie sociálně-zdravotnické, 3. aplikace v oborech technických, 4. aplikace ve vědách fysikálních a chemických.

*

M. Hampl, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Aplikace matematiky v průmyslu.**

Referát podal přehled o stavu aplikované matematiky v ČSR v době po první světové válce a o problematice, kterou se zabývalo dřívější matematické oddělení Škodových závodů, resp. nynější Theoretický výzkum Výzkumného ústavu tepelné techniky při ministerstvu těžkého strojírenství během své 26leté činnosti.

Autor ukončil svůj referát takto:

„Tak zvaný čistý matematik především zjišťuje, *zda a za jakých podmínek* se nějaký problém dá řešit, při čemž často má možnost si vybrati problémy, které ho zajímají. Aplikující matematik naproti tomu musí hledat methody, *jak* problém, *který mu byl dán*, je třeba řešiti.

Jestliže první prožívá radostný pocit z výsledku své práce, když vidí před sebou napsané nebo vytištěné premisy a z nich logicky plynoucí závěry, má obdobná radost z provedené práce u druhého hořké jádro, protože praktik, pro něhož je výsledek této práce určen, obyčejně vůbec neocení eventuální krásu a eleganci matematického řešení, ale spokojí se nakonec s výsledným diagramem, křivkou nebo vypočtenou konkretní hodnotou. A někdy se dokonce podiví, že matematik tak dlouho pracoval a nakonec nakreslil jednoduchou čáru.

Tento nepříjemný hořký pocit a skutečnost, že je třeba dlouhého bádání, jehož výsledek je nakonec jednoduchá křivka, mne vede k názoru, že dosavadní matematika je pro technickou práci často velmi nehospodárný aparát a že bude nutno časem najít nový početní algoritmus, který jednak podstatně zkrátí potřebné výpočty a za druhé zjednoduší myšlenkový postup. Splnění prvého bodu očekávám od moderních počítacích strojů. Splnění druhého bodu ještě čeká na svého Newtona."

*

J. Kurzweil, Matematický ústav ČSAV, Praha: **O aplikaci některých matematických method na problémy z elektrotechniky.**

Jde o dvě známé a osvědčené methody: o Ljapunovovu methodu k určení stability a o methodu malého parametru. První methoda je spjata se jménem A. M. Ljapunova a byla v poslední době podrobně rozpracována v SSSR. Ději v jakémkoliv technickém zařízení, který se pravidelně opakuje, obvykle odpovídá periodické řešení soustavy diferenciálních rovnic. Může se však stát, že již velmi malé rušivé vlivy (kolísání napětí, zatížení atd.) způsobí, že vyšetřovaný děj se podstatně změní. V takovém případě říkáme, že vyšetřovaný děj není stabilní. Pomocí Ljapunovovy methody můžeme na dané soustavě diferenciálních rovnic poznat, zda jí odpovídá stabilní děj i — co je nejdůležitější — můžeme odhadnout, jak velké rušivé vlivy se ještě příliš neprojeví na ustáleném ději. Tímto způsobem byla úspěšně rozřešena na př. řada nelineárních problémů z automatické regulace, zdá se však, že Ljapunovova methoda není dost využívána při studiu jiných dynamických soustav. Základní rysy této methody, jakož i možnosti dalších aplikací byly ukázány na příkladě regulace otáček stejnoměrného motoru na konstantní hodnotu pomocí tachometrického dynama a rototrolu.

Methoda malého parametru pochází od H. Poincarého a A. M. Ljapunova a užívá se jí k vyšetřování nelineárních soustav diferenciálních rovnic s malými koeficienty u nelineárních členů. Jedna z typických úloh je hledání periodického řešení autonomní soustavy nelineárních rovnic. Při této methodě v podstatě jde o použití mocninných řad. V praxi se spokojujeme výpočtem prvního členu, protože výpočet vyšších členů je příliš pracný. Donedávna nebylo známo, jak zjistit, zda uvedené řady konvergují a jaké chyby se dopouštíme omezujeme-li se pouze na první (resp. druhý) člen. Při řešení této otázky bylo dosaženo jistých úspěchů teprve v poslední době použitím methody postupných aproximací. Způsob použití této methody a provedení odhadu chyby byly ukázány na nelineární diferenciální rovnici 2. řádu, která vznikla při řešení paralelního resonančního obvodu, který byl zapojen mezi basi a zem hrotového transistoru. Ukázalo se, že v daném případě jsme plně oprávněni zanedbat chybu, které se dopouštíme použitím přibližné methody. Odhad chyby při použití přibližných method je důležitý úkol, abychom mohli spolehlivě zodpovědět, do jaké míry souhlasí theorie s experimentem a další pokrok v této otázce je žádoucí.

*

V. Pleskot, Ústav aplikované matematiky ČVUT, Praha: **O současném stavu nomografie.**

Pokus vystihnout nynější stav v nomografii a charakterisovat současné tendence bádání lze usnadnit, jestliže rozdělíme dosavadní její vývoj na období, kterým lze přisoudit rys jednotného úsilí. Získáme tím možnost postřehnout souvislost mezi pracemi, které navazují na starší výsledky a ukázat, o které výsledky se opírá současný směr rozvoje a výstavby tohoto vědního oboru.

O počátcích vývoje nomografických method můžeme mluvit teprve od poloviny minulého století. Základ k cílevědomému bádání dala práce LALANNEOVA (1846). Lalanne při zobrazování vztahu mezi třemi proměnnými $F_{1,2,3} = 0$ průsečíkovým nomogramem (nákresem, v němž trojice hodnot splňujících $F_{1,2,3} = 0$ byla připsána ku třem křivkám, protínajícím se v jednom bodě), transformoval soustavu souřadnicovou tak, že osy souřadnicové zobrazoval místo čísel jejich logaritmy, což mu umožnilo podstatně změnit geometrickou strukturu nákresu. Geometrická podstata transformace spočívá v tom, že křivé čáry v nomogramu byly nahrazeny přímkami. Transformaci nazval Lalanne anamorfosou.

MASSANŮV výsledek, že vztahy, které lze přepsat na tvar s determinantem $|f_i g_i h_i| = 0$ ($i = 1, 2, 3$) jsou schopny obecné anamorfosy, t. j. zobrazení průsečíkovým nomogramem s trojnásobnou obecnou soustavou přímek, uzavírá první období, které sahá asi do devadesátých let minulého století.

Druhé vývojové období zahajuje D'OCAGNE (1884) objevením principu spojnicových nomogramů (nákresů, v nichž každé proměnné ze vztahu $F_{1,2,3} = 0$ odpovídá soustava bodů na křivce, kótovaných hodnotami proměnné — stupnice —, a trojice hodnot, vyhovujících vztahu, je připsána na stupnicích ke třem bodům, které leží na téže přímce, spojnici; odtud název nákresu). Společně s d'Ocagnem se úspěšně podíleli na základní výstavbě theorie spojnicových nomogramů jeho vrstevníci SOREAU, CLARK, BOULARD a j. Pro theorii spojnicových nomogramů byly zavedeny užitečné pojmy: rod nomogramu (d'Ocagne) a nomografický řád (Soreau). Klasifikace rovnic nomograficky racionálních umožnila objevit cenné vlastnosti rovnic různých nomografických řádů. Rovnice nomografického řádu 3 připouštějí redukci na 3 kanonické tvary:

$$\varphi_3 = \varphi_1 \varphi_2 \,, \quad \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 \quad \text{a} \quad \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 \,,$$

které lze vzájemně na sebe převést; rovnice nomografického řádu 4 lze redukovat na 2 kanonické tvary

$$h_1 f_3 + h_2 g_3 + h_3 = 0 \quad \text{a} \quad g_1 g_2 f_3 + (g_1 + g_2)\, g_3 + h_3 = 0 \,,$$

které nelze vzájemně na sebe převádět; rovnice nomografického řádu 5, příp. 6 má jeden kanonický tvar $f_3 = \dfrac{f_1 + f_2}{g_1 + g_2}$, příp.

$$\frac{f_1 + f_2}{g_1 + g_2} = \frac{f_1 + f_3}{g_1 + g_3} \,.$$

V tomto období, sahajícím asi tak do let třicátých, je theoreticky úspěšně řešen problém anamorfosy, který je nyní formulován jako hledání nutných a postačujících podmínek pro zobrazení vztahu $F_{1,2,3} = 0$ spojnicovým nomogramem (GROUWAL, 1912). Grouwalovy podmínky, vyžadující hledání společného integrálu dvou parciálních diferenciálních rovnic 2. řádu s proměnnými koeficienty, jsou prakticky nepoužitelné. Problém anamorfosy zůstává stále předmětem zájmu matematiků (SMIRNOV, 1949; VIL'NER, 1952).

V třetím období, které sahá do naší doby, se rozvíjí studium projektivních i neprojektivních transformací nomogramů a praktické využití transformací (SCHWERDT, efektivní metody DENISJUKOVY, sítě a skelety PENTKOVSKÉHO), pokračuje zkoumání rozšířeného problému anamorfosy (Vil'ner) a prohlubuje se úsilí o vybudování jednotící teorie nomogramů (MARGOULIS, NĚVSKIJ).

Praktický význam nomografického zobrazování dokládají mnohé nomografické laboratoře, zabývající se přesnou konstrukcí nomogramů, vhodnou reprodukční technikou nákresů a publikující sbírky nomogramů pro speciální inženýrské obory (Moskva, Budapešť, Varšava a j.).

*

A. Svoboda, Ústav matematických strojů ČSAV, Praha: **Aplikace matematiky s hlediska samočinných počitačů.**

Mohutný rozvoj věd přírodních, technických a matematických, jehož jsme svědky, je výsledkem vzájemné interakce těchto tří disciplin. Myslím, že nemusím podtrhovat zvlášť zásluhu matematiky o rozvoj přírodních a technických věd, zato se však domnívám, že bych se měl zmínit o perspektivách, otevřených matematice zásluhou přírodních a technických věd. Tyto vědy kladou dnes matematice otázky stále složitější, rozsáhlejší a obtížnější. Množství duševní práce, potřebné k jejich zodpovědění bez mechanisačních prostředků přesahuje často lidské možnosti. A je zásluhou přírodních a technických věd, že nejen podněcují rozvoj matematiky kladením nových otázek, ale že poskytují i prostředky k překonání obtíží při jejich řešení. Pokrokem fysiky a elektrotechniky a utvořením oboru strojů na zpracování informací vznikly matematické stroje.

Jsou dva základní typy matematických strojů — analogové a číslicové. Odlišují se způsobem, jakým je informace zobrazena ve stroji. U strojů analogových zobrazujeme čísla fysikálními parametry ve vhodných měřítkách. U strojů číslicových užíváme čísel vyjádřených číslicemi a jednotlivé číslice zobrazujeme diskretními fysikálními stavy.

Analogové stroje byly původně konstruovány na principu mechanickém. Dnes je na světě velká řada universálních analogových matematických strojů, zvláště diferenciálních analysátorů, mezi nimiž převládají stroje elektronkové. Při použití analogových strojů se některé jejich vlastnosti jeví jako výhodné, jiné jako nevýhodné. Analogových strojů bude se však používat i nadále, neboť rychle poskytnou alespoň první aproximaci hledaného řešení, kterou dále zpřesníme jinými methodami, a dovolí experimentálně vyhodnotit některé výsledky, které číslicovými methodami nalezneme jen obtížně.

Číslicové matematické stroje byly původně konstruovány rovněž na principu mechanickém, později na elektromechanickém. Tak první dokončený samočinný počitač (Mark I) na Harvard University USA byl elektromechanický, druhý stroj (ENIAC) byl již elektronkový. V nejnovější době používá se diod, feritových jadérek, feroelektrik a transistorů. Souběžně se zdokonalováním technického provedení samočinných počitačů zdokonalovaly se methody řešení problémů na těchto strojích. Nejstarší samočinné počitače byly řízeny předem pevně stanovenou instrukční posloupností. Von Neumann a jiní zavedli pojem instrukční sítě, který vychází z předpokladu, že instrukce tvoří diskretní bloky, mezi nimiž je možný přechod, vázaný na vhodně volenou podmínku (odvozenou z okamžitého stavu výpočtu). Další úspory v tomto směru přineslo zavedení operací na instrukci, což předpokládá, že instrukce jsou uloženy v paměti, s jejímž obsahem stroj disponuje. Numerické methody početní prodělávají bouřlivý přerod souběžně s vývojem samočinných počitačů. Můžeme dokonce tvrdit, že daná úloha si žádá na dvou různě koncipovaných samočinných počitačích různých method.

Připojme několik slov o současné vývojové tendenci v oboru matematických strojů. Při konstrukci elektronických strojů se užívá stále více feritů a diod. Cílem je snížení příkonu, zmenšení rozměrů a zvýšení spolehlivosti. U method se musíme zmínit o výpočtových methodách založených na principu náhody, t. zv. methodách Monte Carlo. Jsou některé úlohy, kde užitím těchto method dochází k velikému zjednodušení výpočtu. Potřeba samočinných počitačů a analogových matematických strojů neustálc roste a dá se očekávat, že v brzké budoucnosti se žádný větší podnik neobejde bez přiměřeného vybavení matematickými stroji.

*

K. Winkelbauer, Ústav radiotechniky a elektroniky ČSAV, Praha: **O činnosti matematického oddělení Ústavu radiotechniky a elektroniky ČSAV.**

Jednou z kapitol moderní theorie pravděpodobnosti je theorie informace, která se buduje proto, aby bylo možno posuzovat, srovnávat a navrhovat systémy pro přenos resp. zpracování zpráv s ekonomického hlediska. Nová hlediska, jejichž uplatňování umožnily teprve pojmy theorie informace, nejsou omezena jenom na tradiční obory komunikace, televise a radiolokace, nýbrž vystupují stále výrazněji na př. také v systémech automatické regulace, v počítacích strojích, v theoretické fysice a v řadě netechnických oborů.

Do vyjmenovaných oborů se dostavají pravděpodobnostní úvahy zcela přirozeně tím způsobem, že zprávy se zdánlivě nepravidelným časovým průběhem mají stabilní pravděpodobnostní nebo statistické vlastnosti. Technická zařízení, která slouží k přenosu nebo jinému zpracování zpráv, musí být jejich pravděpodobnostním vlastnostem vhodně přizpůsobena. Zpracování zpráv je vždy doprovázeno rušivými vlivy, které shrnujeme pod název šum. Podstatou aplikace pravděpodobnostních method v uvedených oborech je uplatňování následujícího hlediska: Zprávy i šum mají statistický charakter, šum se vždy vyskytuje, zpracované zprávy jsou statistické odhady. Matematický model pro vyjádření toho, co je na zprávách resp. šumu podstatné, tvoří náhodné procesy a zpracování zpráv jsou v podstatě transformace těchto náhodných procesů. Proto jedna část problematiky, kterou se zabýváme, patří do theorie náhodných procesů a jejich transformací.

Pojem informace, který těsně souvisí s jinými pojmy theorie pravděpodobnosti jako na př. podmíněná pravděpodobnost, entropie a pod., je matematicky přesně definován. Jeho základní význam záleží v tom, že pomocí něho lze klasifikovat transformace náhodných procesů, jako je na př. kodování. Zákony o zachování informace při transformacích jistého typu jsou analogické zákonům o zachování hmoty a energie. Proto u nás pracujeme dosti intensivně na budování obecné theorie informace a vyšetřujeme transformace náhodných procesů vzhledem ke ztrátě informace.

Dalším důležitým nástrojem pro řešení problémů uvedeného typu je theorie statistických rozhodovacích funkcí. Tato theorie, vypracovaná již k jistému stupni dokonalosti pro t. zv. diskretní náhodné procesy, přesně a názorně vystihuje podstatu statistických odhadů v nejširším smyslu. Zabýváme se u nás některými základními otázkami z theorie statistických rozhodovacích funkcí pro obecné náhodné procesy s hlediska přenosu a zpracování zpráv.

Nejdůležitější okruh otázek, jímž se v posledním období zabýváme, jsou problémy, týkající se náhodných rovnic, stochastických aproximací a t. zv. theorie zkušenosti v problémech statistického rozhodování. Jako methoda k řešení těchto otázek byla zčásti vybudována a dále se buduje t. zv. znáhodněná funkcionální analysa. Praktický cíl těchto prací je vytvořit základy pro experimentální řešení různých technických problémů, hlavně problémů přenosu zpráv, methodou, kterou můžeme nazvat „rozumným experimentováním“ a která je analogická methodě postupných aproximací při řešení numerických úloh.

*

A. Apfelbeck, Fakulta elektrotechnická ČVUT, Praha: **Matematická theorie vazby torsních a ohybových kmitů tenkých tyčinek z anisotropních materiálů.**

V theorii pružnosti se odvozují pro velmi tenké anisotropní tyčinky pohybové rovnice:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \alpha\,\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \beta\,\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \gamma\,\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \delta\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\end{aligned}\right\}\ 0 \leq x \leq l,\ t > 0\,,$$

kde $v(x, t)$ resp. $u(x, t)$ jsou v podstatě ohybová a torsní výchylka. Rovnice se řeší za okrajových podmínek

$$\alpha\,\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \beta\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ pro } x = 0,\ x = l$$

a počátečních podmínek $v(x, 0) = \varphi(x)$, $v_t(x, 0) = \psi(x)$, $u(x, 0) = \mu(x)$, $u_t(x, 0) = \nu(x)$ Fourierovou methodou (klademe $v(x, t) = V(x)\,T(t) \not\equiv 0$, $u(x, t) = N(x)\,T(t) \not\equiv 0$). Dostaneme tak okrajovou úlohu:

$$\alpha V^{(4)} + \beta N''' = -\lambda V\,,\quad \alpha\,V'''(0) + \beta\,N''(0) = \alpha\,V'''(l) + \beta\,N''(l) = 0\,,$$
$$\gamma V''' + \delta N = -\lambda N\,,\quad V''(0) = V''(l) = N'(0) = N'(l) = 0\,.$$

Dokáže se, že charakteristické hodnoty jsou $\lambda \geq 0$.

Výraz

$$\frac{\int_0^l (\alpha\gamma V''^2 + 2\beta\gamma V''N' + \beta\delta N'^2)\,\mathrm{d}x}{\int_0^l (\gamma V^2 - \beta N^2)\,\mathrm{d}x}$$

lze pokládat za Rayleighův koeficient pro naši úlohu. Dále se ukáže, že tento Rayleighův koeficient má známou minimální vlastnost.

*

J. Březina, Fakulta inženýrského stavitelství, Brno: **Profily rotujících kotoučů vedoucí na hypergeometrické rozdělení napjatosti.**

V referátě byly vyšetřeny profily kola, vedoucí na hypergeometrické rozdělení napjatosti. Vyjdeme-li totiž z předpokladu pro užší definici problému rotujícího kola, je protažení takového kotouče dáno diferenciální rovnicí:

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}r^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r}\,\frac{1}{h}\right)\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}r} + \left(\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r}\,\frac{1}{h}\,\frac{\nu}{r} - \frac{1}{r^2}\right)\xi = -\,\frac{1-\nu^2}{E}\,r\mu\omega^2\,. \tag{1}$$

V této rovnici značí $h(r)$ šířku kotouče, r poloměr, ν, μ, R, ω reálné konstanty.

Gaussova diferenciální rovnice má obecně tento tvar:

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \left(\frac{c}{x} + \frac{d}{x-1} + e_1\right)\frac{y}{x(x-1)} = 0\,, \tag{2}$$

zde a, b, c, d, e_1 opět značí reálné konstanty.

V dalším je hledaná funkce $h(r)$, pro kterou rovnice (1) přejde přímo v rovnici (2). Takový profil nazveme obecným profilem hypergeometrického rozdělení napjatosti. Porovnáním koeficientů obou rovnic je stanovena pro hledaný profil tato funkce: $h = Hr^p(r-1)^q$, kde H, p, q jsou reálné konstanty. Pro tento profil byly pak zkoumány možnosti praktického použití, hlavně ve stavbě tepelných turbin.

*

J. Fuka, Matematický ústav ČSAV, Praha: **O jednoznačnosti Dirichletova problému.**

Je známo, že princip maxima pro harmonické funkce platí i tehdy, jestliže na př. v konečném počtu výjimečných bodů na hranici oblasti je daná harmonická funkce omezená (nikoliv nutně konstantou, kterou jsou omezeny všechny ostatní hraniční body). V závislosti na geometrických vlastnostech hraniční křivky zůstává princip maxima v platnosti i tehdy, je-li funkce v okolí výjimečných hraničních bodů neomezená, je však nutno její růst jistým způsobem omezit. Problémy tohoto druhu jsou studovány pro Jordanovy oblasti s úhlovými body a body vratu.

*

Z. Groschaftová, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Odhad chyby při řešení Dirichletova problému methodou sítí.**

Odhad chyby pro řešení Dirichletova problému pro obdélník methodou sítí byl studován na př. Walshem a Youngem, kteří dokázali, že za předpokladu omezenosti třetí derivace okrajové funkce je řešení tvaru $O(h^2)$, kde h je délka oka sítě. Tato methoda je však specifická pro Dirichletův problém a nelze ji zobecniti na řešení harmonického problému s jinými okrajovými podmínkami.

V referátě byla ukázána methoda, která je jednotná pro harmonický problém s různými okrajovými podmínkami. Pro Dirichletův problém dává výsledek poněkud silnější než dostali Walsh a Young.

*

A. Huťa, Katedra matematiky PFUK, Bratislava: **Příspěvek k zostřené formuli Runge-Kutta-Nyströmově pro numerickou integraci diferenciálních rovnic a systémů diferenciálních rovnic 1. řádu.**

V referátě na matematickém sjezdu v Praze v září 1955 uvedl autor formuli 6. řádu pro numerické řešení diferenciální rovnice $y' = f(x, y)$. V tomto referátě byly v uvedené formuli upraveny některé konstanty tak, aby methoda byla vhodnější pro řešení samočinnými počitači.

Konečný tvar upravené zostřené formule je tento:

$$k_0 = f(x_0, y_0) \, . \, h \, , \quad k_1 = f(x_0 + \tfrac{1}{9}h, y_0 + \tfrac{1}{9}k_0) \, . \, h \, ,$$

$$k_2 = f\left(x_0 + \frac{1}{6}h, y_0 + \frac{k_0 + 3k_1}{24}\right) . \, h \, ,$$

$$k_3 = f\left(x_0 + \frac{2}{6}h, y_0 + \frac{k_0 - 3k_1 + 4k_2}{6}\right) . \, h \, ,$$

$$k_4 = f\left(x_0 + \frac{3}{6}h, y_0 + \frac{-5k_0 + 27k_1 - 24k_2 + 6k_3}{8}\right) . \, h \, ,$$

$$k_5 = f\left(x_0 + \frac{4}{6}h,\ y_0 + \frac{221k_0 - 981k_1 + 867k_2 - 102k_3 + k_4}{9}\right).h\,,$$

$$k_6 = f\left(x_0 + \frac{5}{6}h,\ y_0 + \frac{-183k_0 + 678k_1 - 472k_2 - 66k_3 + 80k_4 + 3k_5}{48}\right).h\,,$$

$$k_7 = f\left(x_0 + h,\ y_0 + \frac{716k_0 - 2079k_1 + 1002k_2 + 834k_3 - 454k_4 - 9k_5 + 76k_6}{82}\right).h\,,$$

$$k = \frac{41k_0 + 216k_2 + 27k_3 + 272k_4 + 27k_5 + 216k_6 + 41k_7}{840}.$$

*

L. JANOŠ, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Aproximace první vlastní hodnoty integrální rovnice lineárním funkcionálem.**

Zabýváme se krajovým problémem:

$$\left[\frac{y''(x)}{p(x)}\right]'' = \omega^2\,\mu(x)\,y(x)\,,\quad y(0) = 0\,,\qquad y(l) = 0\,,$$
$$\frac{p(0)\,y'(0)}{y''(0)} = a\,,\quad \frac{p(l)\,y'(l)}{y''(l)} = b\,,$$

který integrací přejde v integrální rovnici s oscilačním jádrem $\Gamma(x, s)$:

$$\int_0^1 \Gamma(x, s)\,y(s)\,\mathrm{d}\mu(s) = \lambda\,y(x)\,.$$

První vlastní číslo λ_1 je studováno jakožto funkcionál na množině všech rozložení hmot $\mu(x)$. Ve stejnojmenné práci v Časopise pro pěstování matematiky *81* (1956), č. 3 je tento funkcionál $\lambda[\mu]$ lineárně aproximován výrazy typu $\int_0^1 \Gamma(x)\,\mathrm{d}\mu(x)$ a ukázáno, že existuje právě jediná nejlepší aproximace tohoto typu, a sice tvaru:

$$\alpha \int_0^1 \Gamma(x, s)\,\mathrm{d}\mu(x)\,,$$

kde α je konstanta. Zde je dokázáno dále, že funkcionál $\lambda[\mu]$ je subaditivní, což značí:

$$\lambda(\mu_1 + \mu_2) \leq \lambda(\mu_1) + \lambda(\mu_2)\,,\quad \mu_1, \mu_2 \in \mathfrak{S}\,,$$

kde $\mathfrak{S}$ značí semimodul všech možných rozložení hmot. Je zaveden pojem míry subaditivity řádu n definicí

$$a_n = \sup_{\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n \in \mathfrak{S}} \frac{\lambda(\mu_1) + \lambda(\mu_2) + \ldots + \lambda(\mu_n)}{\lambda(\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n)}.$$

Souvislost mezi theorií lineární aproximace a subaditivitou je dána vztahem

$$\sup_{\mu \in \mathfrak{S}} \frac{\int_0^l \Gamma(x, x)\,\mathrm{d}\mu}{\lambda[\mu]} = \lim_{n \to \infty} a_n\,.$$

*

L. Mejzlík, Výskumný ústav technológie a mechanizácie stavebníctva, Brno: **Použití methody sítí pro řešení parciálních diferenciálních rovnic v technické praxi.**

V referátě bylo poukázáno na konkretní výsledky, kterých bylo docíleno na brněnském pracovišti VÚTMS v průběhu asi 7 let.

Řada důležitých problémů hydrotechniky vede na parciální diferenciální rovnice.

V referátě byly probrány tyto problémy: řešení proudění podzemní vody, proudění pod betonovými hrázemi, proudění v zemních hrázích, řešení rovinné napjatosti a rovinného přetvoření, přehrada na pružném podloží, hlavice pilířové přehrady, řešení pohybu tepla v masivních betonech, isothermy v přehradním bloku.

Praktické výsledky docílené při řešení těchto problémů udávají rozsah použitelnosti methody sítí v technické praxi a maximálně zvládnutelný rozsah sítě.

*

J. Nečas, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Výpočet Airyho funkce pro nekonečný klín.**

Stanovením Airyho funkce pro nekonečný klín se zabývala již řada autorů. Jejich methoda byla převážnou většinou založena na Mellinově transformaci, která vedla k určení výsledného Airyho funkce inversní Mellinovou transformací. Výsledek v tomto tvaru dává za omezených předpokladů řešení a je numericky špatně zvládnutelný. Využitím jistých vlastností integrandu v inversní Mellinově transformaci se dají poměrně jednoduše a přesně spočítati 4 Greenovy funkce problému, takže výsledná biharmonická funkce se stanoví ze vzorce:

$$\mu(r, \Theta) = \int_0^\infty G_1\left(\frac{r}{s}, \Theta\right)\frac{1}{2s}\,[f_1(s) + f_2(s)]\,\mathrm{d}s + \int_0^\infty G_2\left(\frac{r}{s}, \Theta\right)\frac{1}{2s}\,[f_1(s) - f_2(s)]\,\mathrm{d}s +$$

$$+ \int_0^\infty G_3\left(\frac{r}{s}, \Theta\right)\frac{1}{2}\,[g_1(s) + g_2(s)]\,\mathrm{d}s + \int_0^\infty G_4\left(\frac{r}{s}, \Theta\right)\frac{1}{2}\,[g_1(s) - g_2(s)]\,\mathrm{d}s,$$

kde

$$0 < r < \infty, \ -\alpha < \Theta < \alpha,\ f_1(s) = u\left(s, \frac{\pi}{4}\right),\ f_2(s) = u\left(s, -\frac{\pi}{4}\right),$$

$$g_1(s) = \frac{1}{s}\,\frac{\partial u}{\partial \Theta}\left(s, \frac{\pi}{4}\right),\ g_2(s) = -\frac{1}{s}\,\frac{\partial u}{\partial \Theta}\left(s, \frac{-\pi}{4}\right).$$

Při tom na okrajové podmínky není třeba klásti velkých omezení. Za jistých podmínek růstu Airyho funkce v okolí vrcholu a v nekonečnu je dokázána také jednoznačnost řešení.

*

J. Polášek, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Lopatka v nehomogenním proudovém poli.**

Viz práce „*Tenký profil v nehomogenním proudovém poli*“, Apl. mat. *1* (1956), 44—58 a 119—135 a „Anulární lopatka v osově symetrickém proudovém poli“, Apl. mat. *1* (1956), 334—375.

*

J. Polášek, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Středisko smyku lopatkových profilů.**

Viz práce „Středisko smyku symetrických lopatkových profilů", Rozpravy ČSAV *66* (1956), řada TV, sešit 1, 27—47 a „Středisko smyku jistých nesymetrických profilů", Rozpravy ČSAV *66* (1956), řada TV, sešit 1, 49—89.

*

L. Prášek, Výzkumný a zkušební ústav Leninových závodů, Plzeň: **Použití diferenční methody při výpočtu rotujících kotoučů v pružném a plastickém stavu.**

V referátě byla stručně podána methodika výpočtu radiálních a tečných napětí u rotujících kotoučů speciálně používaných u parních a plynových turbin při vysokých otáčkách a vysokých provozních teplotách, a to jednak ve stavu pružném, jednak ve stavu plastickém, při čemž byl uvažován i vliv plazení — creepu. Řešení základních rovnic rovnováhy a kompatibility bylo provedeno diferenční methodou, při čemž byl vzat zřetel na průběh tvaru kotouče, který může být libovolný, druh materiálu a všechny ostatní fysikální konstanty (Poissonova konstanta, modul pružnosti v tahu, koeficient tepelné roztažnosti a pod.), které se mění v závislosti na teplotě a poloměru kotouče. Při překročení meze kluzu byla vzata za základ Huber-Misses-Henckyova podmínka, a postup výpočtu v plastické oblasti byl založen na průběhu skutečné trhací zkoušky daného materiálu; její analytické vyjádření není obecně známo, a proto bylo použito iterační methody. Působí-li na disk zatížení po delší dobu při vysoké teplotě, nastávají spojité deformace nazývané creep; při výpočtu bylo opět respektováno naměřených creepových křivek. Celý výpočet byl proveden tabulkově, takže jej mohou prováděti i neškolené síly. Při srovnání s jinými známými methodami bylo dosaženo dobré shody. Experimentální ověření provedeno nebylo.

*

K. Rektorys, Fakulta inženýrského stavitelství ČVUT, Praha: **Užití Lagrangeových pohybových rovnic II. druhu ke studiu činnosti jednoho strojního zařízení.**

Viz stejnojmenný článek v časopise Apl. mat. *1* (1956), 319—333.

*

M. Růžička, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Optimální průběh povrchové rychlosti.**

Na základě Kármánovy rovnice pro impulsovou tloušťku $\vartheta(s)$ mezní vrstvy a na základě Garnerovy rovnice pro veličinu H byla řešena úloha: Nalézti takový průběh rychlosti $U(s)$, který při dané hodnotě funkcionálu $\int_0^1 W(s)\,ds$ a při předepsané hodnotě $U(s) = 1$ pro $s = 1$ minimalisuje impulsovou tloušťku $\vartheta(1)$ v bodě $s = 1$.

*

O. Schmidt, Vysoká škola chemicko-technologická, Praha: **Řešení rovnice tepla za speciálních okrajových podmínek.**

Při theoretickém zpracování pochodu stékání kapaliny vrstvou nějakého materiálu v náplňových válcových kolonách docházíme k výsledku, že distribuční funkce neboli hustota stékání kapaliny $w(x, y, t) = w(r, \varphi, t)$, $0 \leq r \leq R$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $t \geq 0$ splňuje parciální diferenciální rovnici pro vedení tepla:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = k \, \Delta w \, .$$

Okrajová podmínka je dána tím, že normální složka toku kapaliny na stěně je nulová a počáteční podmínky odpovídají těmto případům: t. zv. centrické diskové sprše, t. zv. centrickému diskovému mezikruží, t. zv. centrální kruhové sprše, t. zv. centrální bodové sprše; je možno vyšetřovati také asymetrické případy.

Rovnice je řešena klasickou Fourierovou methodou tak, že počáteční podmínky jsou rozvinuty v řadu Besselových funkcí. V posledních třech případech je použito formálního rozvoje Diracovy funkce $\delta(x)$.

*

L. Špaček, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **O jistých víceznačných rotačně symetrických proudových polích.**

Rotačně symetrická potencionální pole lze získati rozložením zdrojů s libovolnou hustotou na přímce, na př. na ose z. Tuto konstrukci lze zobecniti na případ, kdy proměnnou z pokládáme za komplexní proměnnou. Vhodnou volbou hustoty zdrojů jako komplexní funkce proměnné z můžeme dostati reálná rotačně symetrická proudová pole zajímavých vlastností. Tak na př. můžeme získati víceznačná proudová pole, představující vtékání nestlačitelné tekutiny z půlprostoru (nebo celého prostoru) do úzkého kanálu.

*

E. Vitásek, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Vliv formulace okrajových podmínek na rychlost konvergence při řešení parciálních diferenciálních rovnic methodou sítí.**

Při řešení úloh s okrajovými podmínkami zahrnujícími derivace methodou sítí se obvykle postupuje tak, že se derivace, vyskytující se v okrajových podmínkách, nahradí příslušnými diferencemi. Na rovnici pro vedení tepla bylo v referátě ukázáno, že tento postup není výhodný, protože při něm dostaneme rychlost konvergence aproximativního řešení k přesnému nejvýše $O(h)$, kde h je interval prostorového dělení sítě. Dále byla uvedena jistá přirozená formulace okrajových podmínek, která při předpokladech dostatečné hladkosti řešení vede na rychlost konvergence řádu $O(h^2)$.

*

Sdělení ze sekce matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti

J. Abrham, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Poznámka k řešení dopravního problému lineárního programování v degenerovaném případě.**

Sdělení se týkalo minimalisace dopravních nákladů při rozvozu surovin. Byly uvedeny některé postačující podmínky, při jejichž splnění se celý oběh surovin v t. zv. degenerovaném případě rozpadá do dvou vzájemně se neovlivňujících částí a bylo ukázáno jedno zobecnění pro nedegenerovaný případ.

Uvedené výsledky jsou obsahem článku „A note on a linear programming problem", který vyjde v časopise Чех. мат. ж.

*

M. Böhm, Vítkovické železárny Klementa Gottwalda, Ostrava: **Stanovení počtu částic v jednotce objemu neprůhledného tělesa.**

Ve sdělení byla ukázána aplikace jednoduchých method počtu pravděpodobnosti ke stanovení počtu částic sledované strukturní fáze v jednotce objemu určitého vzorku oceli. Prostorové kvantitativní charakteristiky mikrostruktury byly stanoveny přepočtem charakteristik určených na rovinném řezu vzorkem.

Ke stanovení vztahu mezi prostorovými a rovinnými charakteristikami mikrostruktury bylo užito základních vět počtu pravděpodobnosti a vět o středních hodnotách.

Úloha byla řešena pro částice tvaru rotačního disku.

*

V. Fabian, Matematický ústav ČSAV, Praha: **O jedné statistické rozhodovací funkci.**

Viz článek „A Decision Function", Чех. мат. ж. *6* (*81*), 1956, 31—45.

*

O. Fischer, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Analysa kovariance při skupinách znáhodněných bloků.**

Sdělení se týkalo experimentu s třemi faktory A, B, X. Faktor A je dán v a kategoriích, faktor B v b kategoriích a faktor X představuje určitou zevně danou veličinu. Experiment je uspořádán tak, že pro danou kategorii ošetření A a při dané hodnotě proměnné X jsou všechny kategorie faktoru B opakovány na c blocích.

*

J. Hájek, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Nerovnosti pro zobecněnou Studentovu distribuční funkci a jejich použití.**

Pro zobecněnou Studentovu distribuční funkci byla nalezena dolní a horní hranice ve tvaru obyčejných Studentových distribučních funkcí. Dále bylo naznačeno použití tohoto výsledku při obvyklém statistickém zpracování souhrnu výběrů, provedených z několika normálních rozdělení s obecně různými rozptyly.

*

V. Homola — J. Kamiš, Výzkumný ústav organických synthes, Pardubice-Rybitví: **Zkušenosti z aplikací statistických method v chemickém průmyslu.**

Ve sdělení byly podány zkušenosti s používáním methody latinských a řecko-latinských čtverců při zjišťování určitých vlastností (obvykle výtěžku, rychlosti reakce nebo kvality produktu) na podmínkách chemické reakce.

*

V. Horálek, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Výsledná účinnost přejímky při kontrole několika jakostních vlastností na jednom výrobku.**

Viz článek „Operativní charakteristika přejímky jedním výběrem při kontrole několika jakostních vlastností na jednom výrobku", Apl. mat. *1* (1956), č. 6.

*

J. Hrabák, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Vliv náhodné chyby měření při třídění do skupin.**

Při ručním nebo automatickém třídění součástí dochází k tomu, že vlivem náhodné chyby měření se objeví po třídění v jednotlivých skupinách určité procento zmetků, to jest součástí, které svým rozměrem náležejí do skupin sousedních. Výpočet vlivu náhodné chyby měření na procento zmetků ve skupinách je vynesen v diagramech.

Sdělení bylo stručným obsahem referátu VÚTT — 55 — 01161. Technická aplikace referátu bude uveřejněna v časopise Strojírenství.

*

M. Jiřina, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Asymptotická rovnováha při radioaktivním rozpadu.**

Je známo, že při rozpadu radioaktivního prvku s velkým poločasem nastane po určité době mezi zplodinami rozpadu rovnováha a že množství těchto látek při rovnováze jsou úměrná jejich poločasům. V referátu bylo ukázáno, jak lze pojem asymptotické rovnováhy formulovat pomocí theorie větvících se stochastických procesů a jak lze pro velmi obecné schema odvodit vytvořující funkci rozložení pravděpodobností při této rovnováze. Podrobnější výsledky budou obsaženy v článku ,,Асимптотическое поведение ветвящихся случайных процессов'', který vyjde v časopise Чехословацкий математический журнал.

*

V. Klega, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **O matematicko-statistickém modelu automatisovaného soustružení.**

Automatisované soustružení součástí z tyčového materiálu na strojích běžných značek je sledováno s hlediska korelační funkce výrobní chyby obráběné součásti. Na základě experimentálního materiálu je ověřeno, že obvykle užívaný model automatisovaného soustružení, kterým je posloupnost vzájemně nezávislých náhodných proměnných s touž distribuční funkcí, je pouze aproximací. Vhodným matematicko-statistickým modelem automatisovaného soustružení je lineární proces známý z theorie stacionárních náhodných posloupností — t. j. posloupnost náhodných proměnných $\{\xi_k\}$, kde

$$\xi_k = A \sum_{t=0}^{\infty} b^t \eta(k-t)\,, \quad A > 0\,, \quad |b| < 1$$

a $\{\eta(k)\}$ je posloupnost vzájemně nezávislých náhodných proměnných s touž distribuční funkcí. Tento proces má korelační funkci

$$B(\tau) = a \,.\, b^\tau\,, \quad a > 0\,, \quad |b| < 1\,, \quad \tau = 0, 1, 2, \ldots\,,$$

kde v případě automatisovaného soustružení konstanta b se pohybuje v intervalu (0,4; 0,6) a konstanta a závisí na přesnosti stroje.

*

M. Kopecký, Astronomický ústav ČSAV, Ondřejov u Prahy: **Statistika slunečních skvrn.**

Četné otázky sluneční fysiky si vyžadují důkladného a často i originálního řešení methodami matematické statistiky. Ve sdělení bylo poukázáno na některé konkretní problémy, při jejichž řešení je nutná pomoc matematických statistiků.

*

F. LINK, Štátny ústav pre kontrolu liečiv, Bratislava: **Kvantálne odpovede pri biologických titráciach.**

V biometrii sa stretneme na každom kroku s usporiadaním kvantálnych odpovedí. Po stránke matematicko-štatistickej toto usporiadanie je riešené úspešne probitovým počtom. Probitový počet pre väčšinu pracovníkov v biologii znamená veľké zaťaženie pre komplikovanosť výpočtov. Preto na základe niekoľkoročných probitových analýz bol sostavený nomogram na odhad strednej chyby LD50, ktorý bol otestovaný pomocou χ^2 vzhľadom na probitom vypočítané stredné chyby, a nevykazuje signifikantnú diferenciu pri $p = 0{,}05$. Tato metoda vo svojej presnosti predčí ostatné zjednodušené probitové počty, ako metódu Miller-Tainter a Wilcoxon-Litchfield, je i jednoduchší a rýchlejší.

Ďalším nevyriešeným problémom pri biologických titráciach je výpočet terapeutickej šírky pri kvantálnych odpovediach keď regresné priamky letálnych a efektívnych dávok nie sú paralelné. Vtedy doteraz užívaný index ED50/LD50 nevyhovuje požiadavkám, bola preto vypracovaná grafická metóda, ktorá má odstrániť nedostatky predošlého riešenia.

*

V. MYSLIVEC, Vysoká škola lesního inženýrství, Praha: **Pohyb v biologických soustavách a použití theorie stochastických procesů v lesnické parasitologii.**

Byly odvozeny simultánní diferenciální rovnice, definující pohyb v biologických soustavách, složených ze dvou druhů organismů za předpokladu monofágie. Soustava simultánních diferenciálních rovnic byla odvozena jednak přímo, jednak použitím theorie stochastických procesů. Bylo poukázáno na význam theoretických závěrů pro lesnickou parasitologii.

*

M. NOVOTNÝ, Středisko pro zdravotnickou statistiku při ministerstvu zdravotnictví, Praha: **Použití matematicko-statistických method ve výkaznictví.**

Aplikace matematické statistiky v ekonomii byly u nás v posledních letech dosti opomíjeny. Důsledné diferencování matematické a ekonomické statistiky vedlo k tomu, že matematičtí statistikové se zaměřili téměř výhradně na aplikace v přírodních vědách a technice a naopak pracovníci v ekonomické statistice začali ignorovat otázku užití method matematické statistiky ve svém oboru.

Matematické statistiky lze užít na příklad i ve výkaznictví. Matematická statistika umožňuje stanovit vhodnou methodu ke kontrole správnosti údajů o průměrném počtu pracovníků, vykazovaných na některých státních výkazech.

Průměrný počet pracovníků je vyjádřen formulí

$$x = X_1 + \frac{(d+1)(Y_1 - Y_2) - P_{Y_1} + O_{Y_2}}{d},$$

kde d je počet dní ve vykazovaném období, X_1 je počet pracovníků na konci předchozího období, Y_1 (Y_2) je počet pracovníků, kteří přibyli (ubyli) během vykazovaného období a P_{Y_1} (O_{Y_1}) je součet dat příchodu (odchodu) pracovníků.

Považujeme-li data příchodu a data odchodu za náhodné veličiny rovnoměrně rozložené, pak P_Y (a rovněž O_Y) ($Y \geqq 1$) má rozložení dané pravděpodobnostmi

$$P_Y(z) = \begin{cases} \frac{1}{d^Y} \text{ pro } z = Y\,, \\ \frac{1}{d^Y} \sum_{j=0}^{h} (-1)^j \binom{Y}{j} \binom{z - jd - 1}{Y - 1} \\ \qquad \text{pro } z = h(d-1) + Y + 1, \ldots, h(d-1) + Y + d - 1\,, \\ \qquad\qquad h = 0, 1, \ldots, Y - 1\,, \\ 0 \text{ pro ostatní } z \end{cases}$$

a pravděpodobnost, že náhodná veličina x nabude hodnoty $X_1 + \frac{Y_1 - dY_2 + l}{d}$ $(l = 0, 1, \ldots, (d-1)(Y_1 + Y_2))$, je rovna výrazu $\sum_{t \in \mathfrak{T}(z)} P_{Y_2}(t)\, P_{Y_1}(t - z)$, $z = Y_2 - dY_1 + l$, $\mathfrak{T}(z) = \{t; P_{Y_2}(t) \neq 0,\ P_{Y_1}(t - z) \neq 0\}$.

Protože náhodná veličina x je asymptoticky normální s průměrem $X_1 + \frac{d+1}{2d}(Y_1 - Y_2)$ a rozptylem $\frac{d^2 - 1}{12d^2}(Y_1 - Y_2)$, lze pomocí normálního rozložení stanovit meze, ve kterých se bude pohybovat průměrný počet pracovníků s dostatečně velkou pravděpodobností. Správnost údaje x, případně údajů Y_1, Y_2, se bude ověřovat přímým zjištěním jen v případech, kdy údaj vybočuje ze stanovených mezí.

*

B. Pardubský, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Stanovení odhadů parametrů pro některá rozdělení výrobních chyb.**

U některých rozdělení výrobních chyb nelze parametry odhadnout methodou maximální věrohodnosti ani methodou χ^2. Tyto odhady lze získat jedině methodou momentovou. Byla provedena konstrukce a klasifikace těchto odhadů pro některé případy výrobních chyb, speciálně pro chyby geometrického tvaru.

*

Z. Režný, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Analysa regrese při závislosti na dalším faktoru.**

Regrese dvou proměnných, zobecněná přidáním dalšího kvalitativního faktoru tak, že parametry regresního vztahu jsou různé při různých úrovních tohoto faktoru, je zkoumána pokusem, dávajícím pro každou kombinaci hodnoty nezávisle proměnné a úrovně kvalitativního faktoru týž počet hodnot závisle proměnné. Byla proto odvozena schemata analysy rozptylu pro testy linearity a pro testy významnosti a odhady regresních parametrů k vyhodnocení výsledků tohoto pokusu.

*

J. Sedláček, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Stochastické aproximace při zkouškách únavy materiálu.**

Dosavadní zkoušky na zjištění časové či dlouhodobé pevnosti materiálu bývají zatíženy velkými chybami, což se projevuje ve značném rozptylu počtu cyklů proměnlivého namáhání. Methoda stochastických aproximací se ukazuje značně výhodnou pro získání dobrých nestranných odhadů časových či dlouhodobých pevností na základě i takového počtu zkoušek, který je běžný ve všech našich zkušebnách.

*

J. Seitz, Katedra matematické statistiky na matematicko-fysikální fakultě Karlovy university, Praha: **Poznámka k theorii charakteristických funkcí.**

Obsahem sdělení byla tato tři tvrzení:

1. Nechť charakteristická funkce $\varphi(t)$ má v každém omezeném intervalu konečnou variaci a nechť pro všechna reálná t jest $\varphi(t) \neq 0$. Potom pro všechna reálná t platí vztah:

$$\varphi(t) = e^{\int_0^t \frac{d\varphi(u)}{\varphi(u)}}.$$

2. Nechť $\varphi(t)$ je charakteristická funkce neomezeně dělitelného zákona a nechť $\varphi(t) = [\psi(t)]^n$, kde $\psi(t)$ jest též charakteristická funkce. Potom pro všechna reálná t platí vztah:

$$\psi(t) = e^{\frac{1}{n}\int_0^t \frac{d\varphi(u)}{\varphi(u)}}.$$

3. Nechť $\varphi(t)$ je libovolná charakteristická funkce. Potom lze udati posloupnost charakteristických funkcí $\{\varphi_n(t)\}_{n=1}^{\infty}$ takovou, že každá $\varphi_n(t)$ má v každém omezeném intervalu konečnou variaci, a to takovou, že $\varphi_n(t) \rightrightarrows \varphi(t)$ v každém omezeném intervalu.

*

L. Šarbochová, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Stanovení optimálního počtu automatů přidělených jednomu seřizovači.**

Je řešena úloha, která spočívá ve stanovení závislosti mezi počtem automatů přidělených jednomu seřizovači a průměrným procentem pracovního využití seřizovače, resp. průměrným počtem automatů čekajících na seřízení. Za optimální počet považujeme takový, při kterém součet ztrát vzniklých tím, že seřizovač není plně využit a tím, že automaty nepracují, je minimální.

Sdělení je součástí výzkumné zprávy VÚTT — 55 — 01015, kterou vypracovali Ing. dr Pardubský, Ing. dr Klega a Ing. Šarbochová. Aplikace řešení tohoto problému bude uveřejněna Ing. dr Pardubským v časopise Strojírenství 1956, č. 8.

*

J. Uchytil, Organisační výzkumný ústav hutního průmyslu a rudných dolů, Praha: **Aplikace matematické statistiky na pokusnou část problému porovnání technologií dvou výroben.**

Dosud převažující způsoby provádění pokusů mohou uspokojivě pokrýt pouze velmi úzkou část celého rejstříku možných požadavků pokusné praxe. Teprve aplikace matematické statistiky umožnila pokusníkům přejít na širokou oblast komplexních pokusů, v nichž dosud používané způsoby tvoří pouze zvláštní případ. Jedním z takových komplexních pokusů bylo i porovnání odpovídajících si technologií dvou výroben slinutých karbidů s konečným cílem najít takovou kombinaci operací obou technologií (takovou novou technologii), která by vedla k nejúčelnějším hodnotám fysikálních a technologických vlastností slinutých karbidů.

Při tomto porovnání bylo nutno několikrát pozorovat všechny kombinace každé ze sedmi operací obou technologií. Z důvodů hospodářské a technické proveditelnosti bylo třeba pokus zkrátit tím způsobem, že veškerý materiál pro tutéž kombinaci operací byl zpracováván najednou. To vedlo na hnízdový rozvrh z kategorie dělených či zkrácených pokusných rozvrhů.

Při rozboru pokusných výsledků bylo vzhledem k značnému rozsahu početních prací důležité použít takovou methodu početního zpracování, která by umožnila provést rozbor s minimálním počtem matematicko-statisticky neškolených sil. Jako nejvhodnější se ukázal Yatesův způsob postupných součtů a rozdílů. Téměř stejně pracné bylo i vyhledání té kombinace operací, která dává maximální či minimální velikost určité vlastnosti. Proto i zde bylo třeba hledat jednoduchý způsob výpočtu. Byl nalezen rovněž ve formě postupných algebraických součtů, což umožnilo současně i provedení uspokojující kontroly.

*

F. Zítek, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Některé analogie necentrálního t-testu.**

Sdělení pojednávalo o analogiích necentrálního t založených na jiných statistikách než je obvykle používaná směrodatná odchylka. Bylo obecně odvozeno rozložení těchto statistik a ukázány možnosti aplikací při testování statistických hypothes. Kritické hodnoty takto modifikovaného necentrálního t-testu byly napočteny pro test používající průměrné odchylky.

Uvedené výsledky budou uveřejněny ve stejnojmenném článku, který vyjde v časopise Aplikace matematiky 2(1957).

*

A. Žaludová, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Poznámka k analyse stacionárních časových řad.**

Pro analysu průmyslových časových řad je důležité objasnění vzájemných vztahů mezi klasickou theorií stacionárních časových řad a theorií stacionárních náhodných procesů (resp. posloupností). Bylo upozorněno na některé z těchto vztahů, hlavně pokud se týká analysy periodogramů a spektrálního rozkladu stacionárních procesů.

*

Sdělení ze sekce obyčejných diferenciálních rovnic

N. Gorbatov, Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha: **Rozšíření konvergenčního oboru řešení soustav simultánních diferenciálních rovnic druhého řádu při použití methody postupných aproximací.**

Methoda postupných aproximací dává prakticky použitelná řešení soustav o velkém počtu diferenciálních rovnic jen při omezeném počtu aproximací, čímž se značně zužuje konvergenční obor. Ukázalo se, že rychle konvergující řady lze získat spojením konvergenčních oborů. Jako příklad bylo uvedeno řešení rotačních skořepin methodou postupných aproximací.

*

O. Koníček, Katedra matematiky elektrotechnické fakulty ČVUT, Praha: **Odvození koeficientů Fourierovy řady pomocí Laplaceovy transformace.**

Ve sdělení byla popsána methoda odvození koeficientů Fourierovy řady periodické funkce, která vyžaduje pouze základní znalosti Laplaceovy transformace.

V práci [1] byla odvozena

Věta 1. Nechť

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } 0 < t < \tau_1\,, \\ f(t) & \text{pro } \tau_1 < t < \tau_2\,, \\ 0 & \text{pro } \tau_2 < t\,, \end{cases}$$

kde $f(t)$ je funkce mající Laplaceovu transformaci. Pak

$$L\{g(t)\} = e^{-p\tau_1} L\{f(t + \tau_1)\} - e^{-p\tau_2} L\{f(t + \tau_2)\}\,.$$

Specielně pro $\tau_1 = 0$, $\tau_2 = T$ dostáváme

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t) & \text{pro } 0 < t < T\,, \\ 0 & \text{pro } T < t\,, \end{cases}$$

$$L\{f_T(t)\} = L\{f(t)\} - e^{-pT} L\{(t + T)\}\,.$$

Fourierovy koeficienty periodické funkce $f(t)$ s periodou T, která vznikne periodickým pokračováním impulsu $f_T(t)$ najdeme podle věty.

Věta 2. Fourierovy koeficienty periodické funkce $f(t)$ s periodou T vypočteme ze vztahů

$$a_0 = \frac{1}{T} \lim_{p \to 0} F_T(p)\,,$$

$$a_k = \frac{2}{T} \operatorname{Re} F_T(p_k) = \frac{2}{T} \operatorname{Re} F_T(k\omega j)\,,$$

$$b_k = -\frac{2}{T} \operatorname{Im} F_T(p) = -\frac{2}{T} \operatorname{Im} F_T(k\omega j)\,,$$

$$k = 1, 2, 3, \ldots\,,$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\,, \quad p_k = k\omega j\,.$$

Obraz funkce $F_T(p)$ funkce $f(t)$ vypočteme snadno pomocí věty 1.

Methody lze použít i pro funkce poloperiodické a jejich usměrnění resp. pro funkce, jejichž základní impuls má daný počet symetrií. Jednou z výhod methody je, že prodloužení základní periody prodlevou při stejném základním impulsu nepřináší v podstatě žádné další výpočty.

Literatura:

[1] *J. Štěpina — O. Koníček: Výpočet periodických řešení elektrických obvodů pomocí Laplaceovy transformace, Elektrotechn. obzor 43 (1954), No 9, 449—504.*

*

J. Kučera, Fakulta elektrotechnického inženýrství ČVUT, Praha: **O užití Riemannova prostoru v theorii elektrických strojů.**

Osnova přednášky:

a) přehled geometrických prostorů používaných v elektrotechnice;

b) Riemannův otočný prostor;

c) odvození základních rovnic obecného elektrického stroje;

d) spojitost Lagrangeových rovnic s theorií elektrických strojů.

Viz článek „Otočné souřadnicové systémy v theorii elektrických strojů při řešení tensorovým počtem", Sborník ČVUT v Praze — Vysoká škola strojního a elektrotechnického inženýrství, 1950, č. 3.

*

Z. MORAVEC, Energetický ústav, Brno: **Výpočet složitých vodovodních a větrných sítí pomocí elektrického modelu.**

Referát pojednával o možnostech použití elektrického modelu pro výpočty složitých vodovodních a větrných sítí (větrání velkodolů). Vlivem nelineárních vztahů, jež platí pro turbulentní proudění vody, po případě vzduchu, je nutno použít buď elektrického modelu s nelineárními odpory, nebo speciálních method vhodných pro užití na modelu s lineárními odpory. Pro velký universální elektrický model v brněnském Energetickém ústavu byly propracovány a prakticky ověřeny dvě z těchto speciálních method. Pro jednodušší sítě, zejména pokud odpory a průtočná množství nedosahují navzájem příliš rozdílných velikostí a zejména pro výpočet větrání dolů se hodí rychlejší z obou method, t. zv. přímé zobrazení, při čemž elektrické odpory R jednotlivých větví jsou přímo úměrné hodnotě $k \,.\, Q^{n-1}$, kde k značí odpor větve vůči proudění, Q je průtočné množství vody nebo vzduchu, n značí exponent ze vztahu $h = k \,.\, Q^n$, kde h značí tlakový spád podél protékané větve. Na modelu se měří elektrický proud přímo úměrný velikosti Q. Používá se postupného přibližování a braní aritmetických středů ze dvou měření následujících bezprostředně po sobě; průměrně tři přiblížení stačí pro přesnost výsledku lepší než $\pm 2\%$. Druhá methoda používá t. zv. elektrické „diferenční sítě". Na modelu se nastavuje analogická odporová síť, při čemž elektrické odpory jednotlivých větví jsou úměrné hodnotě $k \,.\, n \,.\, Q^{n-1}$. Do uzlů sítě se vnucuje elektrický proud úměrný chybě ΔQ, kterou obdržíme z předem odhadnutých průtokových poměrů v jednotlivých uzlech. Na modelu se měří elektrické napětí všech uzlů vůči referenčnímu uzlu. Tato napětí udávají velikost a směr korekce tlaku, kterou je nutno v každém uzlu provésti, abychom se přiblížili ke konečným tlakům v uzlech. Používá se opět postupného přibližování, při čemž jednotlivé korekce v uzlech konvergují k nule. Právě popsanou methodou lze s vysokou přesností řešit i nejobtížnější a nejsložitější vodovodní a větrné sítě průmyslových kombinátů a velkodolů, což dokazují praktické výpočty provedené popsaným způsobem v EGÚ-Brno.

*

A. TONDL, Laboratórium teoretickej a aplikovanej mechaniky SAV, Bratislava: **Vhodnost použití Šimanovy methody při řešení diferenciálních rovnic s periodicky proměnnými koeficienty.**

Při vyšetřování stability v prvém přiblížení periodického řešení soustav nelineárních diferenciálních rovnic, kde nelineární členy jsou analytické funkce násobené malým parametrem ε, dostáváme obecně systém diferenciálních rovnic s periodicky proměnnými koeficienty:

$$\dot{x}_s = \sum_{k=1}^{n} [a_{sk} + \varepsilon\, p_{sk}(t, \varepsilon)]\, x_k\,, \quad (s = 1, 2, \ldots, n)\,, \tag{1}$$

kde a_{sk} jsou konstanty a p_{sk} jsou periodické funkce času t s periodou 2π.

Podle věty Floquetovy existuje vždy alespoň jedno řešení tvaru:

$$x_s = e^{\mu t} z_s(t, \varepsilon) , \qquad (2)$$

kde z_s jsou periodické funkce t s periodou 2π a μ je charakteristický exponent o němž lze dokázati, že je tvaru:

$$\mu = \lambda + \varepsilon\alpha , \qquad (3)$$

kde λ je kořenem charakteristické rovnice

$$\|a_{jk} - \lambda\delta_{jk}\| = 0 . \qquad (4)$$

Použitím substituce (2) obdržíme systém (1) ve tvaru:

$$\dot{z}_s = \sum_{k=1}^{n} [a_{sk} + \varepsilon p_{sk}(t, \varepsilon)] z_k - (\lambda + \varepsilon\alpha) z_s , \quad (s = 1, 2, \ldots, n) \qquad (5)$$

a hledáme periodické řešení s periodou 2π. Je-li λ_ϱ jednoduchý kořen rovnice (4), můžeme pomocí lineární transformace převésti systém (5) na tvar:

$$\dot{u} = \varepsilon\, U(t, u, v_1, \ldots, v_{n-1}, \varepsilon) - \varepsilon\alpha u ,$$

$$\dot{v}_j = c_{j1}v_1 + c_{j2}v_2 + \ldots + \varepsilon\, V_j(t, u, v_1, \ldots, v_{n-1}, \varepsilon) - \varepsilon\alpha v_j , \quad (j = 1, 2, \ldots, n - 1) \qquad (6)$$

a předpokládáme, že $\lambda_k - \lambda_\varrho \neq iN\sqrt{-1}$, $(N = 1, 2, \ldots)$, $(k = 1, 2, \ldots, \varrho - 1, \varrho + 1, \ldots, n)$. Přičtením konstanty W k první rovnici obdržíme pomocný systém Šimanova, kde pro libovolnou počáteční hodnotu $\beta = u(0)$ můžeme určit hodnoty ostatních počátečních podmínek β_j $(j = 1, 2, \ldots, n - 1)$ a konstantu W.

Položíme-li pak $W = 0$, určíme hodnoty α a tedy i μ příslušné všem kořenům λ_ϱ $(\varrho = 1, 2, \ldots, n)$ a z podmínek

$$\mathrm{Re}\,(\mu_\varrho) < 0$$

stanovíme podmínky stability řešení.

*

S. Vojtášek, Ústav radioatechniky a elektroniky ČSAV, Praha: **O některých problémech vyskytujících se při řešení oscilátorů.**

Má-li se daný oscilátor řešit v souladu s požadavky matematické theorie, postupuje se asi takto: sestaví se příslušné diferenciální rovnice, zvolí se vhodná aproximace nelineárních závislostí, naleznou se podmínky, za kterých se oscilátor rozkmitá kmity blízkými sinusovým kmitům, určí se periodické řešení dané soustavy diferenciálních rovnic a zjistí se stabilita nalezených limitních cyklů. Nakonec se má zkontrolovat konvergence nalezeného periodického řešení.

Technická praxe musí řešit případy obyčejně značně složité. Chceme-li takové konkretní případy vůbec vyřešit, jsme nuceni volit co nejjednodušší aproximace, jako na př. aproximace lomenými čarami (přímkami). Použijeme-li takových aproximací, dostaneme se do rozporů s požadavky na předpoklady pro existenci samotného řešení, neboť dosud známé methody vyžadují poměrně přísných předpokladů.

Dnes se zdá, že bude výhodnější přizpůsobit dosud užívané methody požadavkům technické praxe, než hledat nové typy vhodnějších aproximujících funkcí.

*

S. Crha, Fakulta slaboproudé elektrotechniky, Poděbrady: **Nomogramy se stálým směrem indexu.**

Vztah mezi čtyřmi proměnnými $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 0$ a rovněž vztah $f_1 \cdot f_2 = f_3 \cdot f_4$ po zlogaritmování lze upravit na tvar

$$\frac{-f_3 - f_4 + m}{f_1 + f_2 + m} = 1$$

a porovnat se vzorcem pro směrnici přímky procházející dvěma body. Isoplety proměnných označených sudými resp. lichými indexy tvoří binární pole přímkové. Za jedno z těchto polí lze často vhodně zvolit síť grafického papíru. Odečítá se pomocí indexu, který při volbě stejných modulů pro funkce v čitateli i jmenovateli zlomku svírá s osou x úhel 45^0. Změnou konstanty m posouváme druhé z těchto polí vzhledem k prvému ve směru indexu. Dané zobrazení je vlastně sdružením dvou průsečíkových nomogramů podle pomocné proměnné. Pro $f_4 = 0$ přechází na průsečíkový nomogram tří proměnných.

Stejným způsobem lze zobrazit i vztahy obecnější: $f_{1,2} + f_{3,4} = g_{1,2} + g_{3,4}$ resp. $f_1 + f_{3,4} = g_2 + g_{3,4}$. V prvém z těchto vztahů mohou být obě binární pole tvořena obecně křivkami a v druhém z nich je alespoň jedno přímkové a může být zobrazeno sítí grafického papíru.

Pro mechanické odečítání lze podrobit daný nomogram perspektivní kolineaci, při níž se nám index o stálém směru transformuje do indexu procházejícího pevným bodem.

*

M. Fiedler — V. Pták, Matematický ústav ČSAV, Praha: **Zobecnění Gaussovy iterační methody pro řešení systému lineárních rovnic a jeho aplikace na methodu sítí.**

Viz článek „Über die Konvergenz des verallgemeinerten Seidelschen Verfahrens zur Lösung von Systemen linearer Gleichungen", Math. Nachrichten *15* (1956), 31—38.

*

F. Jurga, Vysoká škola technická, Košice: **Grafická interpolácia v priesečníkových nomogramoch a jej užitie na určenie komplexných koreňov niektorých algebraických rovníc.**

Interpoláciu prevádzanú „od oka" v priesečníkových nomogramoch môžeme previesť aj graficky. Nech na nomograme vzťahu $F(x, y, z) = 0$ zobrazeného v sieti $\xi = u(x)$, $\eta = v(y)$ so sústavou izoplét $\Phi(\xi, \eta; z) = 0$, izopléta o kóte z_k nie je zakreslená. Graficky izoplétu o kóte z_k nakreslíme nasledovne: Daný vzťah zobrazíme v sieti $\xi' = u(x)$, $\eta' = w(z)$ o zhodnej sústave priamok pre premennú x, v ktorej premenná z zobrazí sa sústavou rovnobežiek s osou (ξ') a premenná y sústavou izoplét $\Phi'(\xi', \eta'; y) = 0$. Ak oba nomogramy združíme podľa stupníc pre premennú x na osiach (ξ) a (ξ'), premenná z_k (priamka rovnobežná s osou (η')), v druhom nomograme pretne sústavu izoplét pre premennú y v bodovom rade, ktorý premietnutý podľa združenia na rovnako kótované priamky premennej y v prvom nomograme nám dáva body hľadanej izopléty o kóte z_k.

Ak premennej z_k dáme význam štvrtej premennej, uvedeným spôsobom môžeme zobraziť vzťah štyroch premenných tvaru

$$f(x_1, x_2, x_3) = 0\,, \quad g(x_1, x_2, x_4) = 0 \tag{1}$$

o zobrazovacích rovniciach $\xi = u(x_1)$, $\eta = v(x_3)$, $\Phi(\xi, \eta; x_2) = 0$; $\xi' = u(x_1)$, $\eta' = w(x_4)$, $\Psi(\xi', \eta'; x_2) = 0$ s bikvadratickým poľom.

Aplikácia uvedeného spôsobu je výhodná pre zostrojenie grafu implicitnej funkcie $F(x, y) = 0$ (položíme $F(x, y) = z$), na zobrazenie niektorých elementárnych funkcií komplexnej premennej $f(z) = g(w)$ a na určenie koreňov komplexných a komplexne združených kvadratickej a kubickej rovnice $z^2 + pz + q = 0$, $z^3 + pz + q = 0$, ktoré substitúciou $z = x + iy$ prevedieme na tvar (1).

*

J. Široký, Vysoká škola pedagogická, Olomouc: **Použití věty o konečném přírůstku funkcí při numerickém počítání.**

Věta o konečném přírůstku diferenciálního počtu $[f(x + h) + f(x) + h\, f'(x + \vartheta h)$, $0 < \vartheta < 1]$ zavádí funkci ϑ závislou na x a h. V referátě byly určeny první koeficienty rozvoje ϑ v mocninnou řadu podle mocnin h při pevném x. Bylo ukázáno použití při interpolaci funkcí a řešení rovnic algebraických i transcendentních pomocí iterací.

*

J. Šmahel, Ústav aplikované matematiky ČVUT, Praha: **Konstrukce ternárních polí.**

Viz článek „Použití nomogramů při grafickém řešení diferenciálních rovnic", Elektrotechnický obzor 1953 a článek „Použití relací při konstrukci nomogramů; obecná konstrukce pole ternárního", Slaboproudý obzor 1955.

*

V. Štěpánský, Vysoká škola báňská, Ostrava: **Nový způsob nomografického zobrazení některých funkčních rovnic o pěti proměnných kombinovanými spojnicovými nomogramy a unárním polem.**

1. Od kanonického tvaru Cauchyho a jeho zobrazení spojnicovým nomogramem ke kanonickým tvarům funkčních rovnic o pěti proměnných a jejich zobrazení kombinovanými spojnicovými nomogramy s unárním polem.

2. Použití kombinovaných spojnicových nomogramů s unárním polem při řešení nomografických problémů z technické praxe.

3. Řešení algebraických rovnic vyšších stupňů kombinovanými spojnicovými nomogramy s unárním polem.

4. Přednosti nomogramů s unárním polem v porovnání s jinými nomografickými methodami řešení některých funkčních rovnic o pěti proměnných. Kombinované nomogramy s unárním polem pro vztahy o šesti proměnných tvaru

$$\frac{f_1 + f_2}{g_4 + g_4} = \frac{f_3}{g_3}.$$

Podrobněji bude tato látka publikována ve Sborníku vědeckých prací VŠB.

*

MEZINÁRODNÍ KONFERENCE O MATEMATICKÝCH STROJÍCH V MOSKVĚ

Ve dnech *12. až 17. března 1956* se konala *v Moskvě* konference o matematických strojích. Konferenci pořádal *Ústav přesné mechaniky a výpočtové techniky AN SSSR*. Předsedajícím organisačního výboru konference byl ředitel téhož ústavu akademik S. A. Lebe-

DEV. Československá delegace byla tříčlenná. Vedoucím delegace byl doc. dr ANTONÍN SVOBODA, ředitel Ústavu matematických strojů ČSAV, dalšími členy ing. V. ČERNÝ a ing. F. SVOBODA, vědečtí pracovníci téhož ústavu.

Mimo členy čs. delegace byli přítomni delegáti čínští, vedeni dr MING NAI TA, polští v čele s doc. dr ŁUKASIEWICZEM, rumunští, které vedl akademik GR. C. MOISIL, bulharští s profesorem LJ. ILIEFFEM v čele, maďarští, které vedl prof. A. RÉNYI, němečtí, vedeni profesorem K. SCHRÖDEREM a jugoslávský delegát IL. OBRADOVIČ, čl. korespondent. Zvlášť velká účast byla se strany sovětských odborníků, takže celá konference probíhala za účasti více jak 800 osob.

Konference byla zahájena v budově moskevské státní Lomonosovovy university projevem akademika A. N. NESMEJANOVA. V dalších přednáškách zahajovacího dne konference byl podán přehled o stavu vědního oboru matematických strojů v SSSR i v ostatní cizině a nastíněn jeho budoucí vývoj. Šlo o výhledovou přednášku dr techn. věd D. JU. PANOVA, přednášku o samočinných počitačích akademika S. A. LEBEDEVA a přednášku o řešení matematických a logických úloh na elektronkových samočinných počitačích akademika A. A. DOBRODNICYNA.

Druhý den byly na programu tři významné přednášky: dr fys.-mat. věd M. R. ŠURA-BURA pojednal o plánování a řešení úloh na počitačích, inž. JU. JA. BAZILEVSKIJ promluvil o speciálních strojích a kand. techn. věd V. B. UŠAKOV přednesl přednášku o analogových počitačích.

Přednášky následujících dnů konference byly rozděleny do dvou sekcí: sekce samočinných počitačů universálních, mající dvě podsekce matematickou a inženýrskou a sekce speciálních matematických strojů.

Přednášky v technické sekci se soustředily na stavební prvky a jednotky samočinných počitačů převážně sovětských.

Šlo o velmi výkonné počitače BESM (provádějící 7000 až 8000 tříadresových operací za sec.), STRELA (provádějící 2000 operací za sec.), M2 (1000—2000 operací za sec.) a URAL-počitač předurčený pro seriovou výrobu (100 operací za sec.).

Ze zahraničních účastníků přednesl ing. V. TOMA přednášku o stavu vývoje matematických strojů v RLR a ing. V. ČERNÝ přednášku o počitači SAPO. Doc. dr A. SVOBODA přednesl přednášku o velmi rychlém relé s kulovou kotvou, která vyvolala živou diskusi.

Thematika přednášek v matematické sekci se týkala problémů spojených s přípravou úloh pro samočinné počitače, t. zv. programování a synthesy počítacích a řídících obvodů. Ze zahraničních účastníků přednesl akademik GR. C. MOISIL přednášku o užití imaginárních Galoisových veličin v theorii reléových obvodů a ing. F. SVOBODA přednášku o samočinné synthese hradlových obvodů.

V sekci speciálních matematických strojů byly předneseny přednášky o strojích na řešení užšího oboru úloh analogových i číslicových. Bylo jednáno o kalkulačním děrovači EV-80, číslicových strojích KRISTALL na řešení úloh v oboru krystalových struktur, POGODA pro výpočty skládající se ze součtu součinu dvojic čísel a j. Ze zahraničních účastníků přednesl doc. dr L. Łukasiewicz přednášku o analogovém stroji na řešení problémů z automatické regulace.

Celkem bylo předneseno přes 90 přednášek, z toho zahraničními účastníky 7. Přednášky se vyznačovaly vysokou úrovní a potvrdily vynikající úroveň oboru matematických strojů v SSSR.

Zřejmou snahou všech přednášejících bylo podat ve zhuštěné formě a v omezeném čase co nejvíce informací. Délka přednášky zpravidla přesáhla vymezenou dobu.

Čs. delegace obdržela zvláštní pozvání od dr techn. nauk M. A. Gavrilova, ředitele laboratoře reléových obvodů Institutu avtomatiki i telemechaniki AN SSSR. V této laboratoři bylo konáno zvláštní zasedání pracovníků z oblasti reléové techniky. Náplň těchto zasedání byla tvořena referáty našich delegátů.

Delegaci byla umožněna návštěva řady vědeckých a výzkumných ústavů, které se zabývají výzkumem v oboru matematických strojů nebo jejich využitím. V těchto ústavech bylo jí umožněno shlédnout řadu velkých matematických strojů v provozu.

Využití získaných informací umožní urychlení pokroku ve výzkumu matematických strojů u nás, neboť bude možno použít některé hotové výsledky výzkumu provedeného už v SSSR. Důležité je rovněž ověření správného směru vývoje v oboru u nás. Bylo zjištěno, že některé základní problémy řešené u nás byly rovněž řešeny v SSSR s podobnými výsledky. Jedná se zejména o třífázové počítací obvody a o polarisované relé s kulovou kotvou.

Delegace se setkávala všude s velmi vřelým přijetím a mnohdy až s překvapující péčí se strany pořadatelů konference.

František Svoboda

MEZINÁRODNÍ KONFERENCE O MATEMATICKÝCH STROJÍCH V LONDÝNĚ

Ve dnech *9. až 14. dubna 1956* se konala *v Londýně* konference *Convention on Digital Computor Techniques*, již pořádala *Institution of Electrical Engineers*. Za Československo se zúčastnili jako delegáti doc. dr A. Svoboda a J. Raichl z Ústavu matematických strojů ČSAV. Tato konference, jež měla přes 600 účastníků, z nichž bylo více než sto cizinců, byla po stránce organisační vzorně připravena a její činnost byla rozdělena do dvou sekcí. Všeobecná sekce, jež obsahovala referáty zajímavé pro širší okruh zájemců, kteří spíše strojů používají nebo chtějí používati, informovala o nejnovějších způsobech použití matematických strojů, kdežto referáty sekce speciální byly spíše určeny pro odborníky pracující přímo ve výzkumu matematických strojů.

Nejzajímavější referáty se týkaly užití feritových jader a transistorů jako stavebních prvků matematických strojů a dále užití samočinných počitačů při mechanisaci administrativních prací. Celá konference měla ráz spíše národní než mezinárodní a návštěvníci z jiných států se zúčastnili jen jako pozorovatelé a účastníci diskusí. Všechny referáty byly vytištěny a jsou dostupné v Ústavě matematických strojů ČSAV.

Velkým kladem konference bylo, že po skončení přednášek 12. dubna 1956 bylo umožněno účastníkům shlédnout některé samočinné počitače a výpočtová střediska, která jsou jinak těžko přístupná (na př. počitač LEO u firmy Lyons & Comp., který se věnuje hlavně řešení početnických úloh, EDSAC I v Cambridge, ACE, APEX a jiné).

Na zpáteční cestě se českoslovenští delegáti stavili v Paříži a navštívili firmu SAGEM, která vyrábí servomechanismy a jiná zařízení, jichž lze užíti jako stavebních prvků matematických strojů, dále u filiálky firmy ELLIOT-FISHER a u firmy BULL, která vyrábí děrnoštítkové stroje. Od této poslední firmy se podařilo získat kompletní dokumentaci o konstrukci a užívání kalkulačního děrovače γ-3, jenž jest jedním z nejmodernějších strojů tohoto druhu na světě.

Na pozvání prof. dr Waltra se naši delegáti zastavili na Technische Hochschule v Darmstadtě a prodiskutovali s tamějšími pracovníky řadu aktuálních otázek z oboru matematických strojů.

Jiří Raichl

IV. KONGRES RUMUNSKÝCH MATEMATIKŮ

Ve dnech *27. května až 4. června 1956* probíhal *v Bukurešti* sjezd rumunských matematiků s velkou mezinárodní účastí. Sjezdu se zúčastnili zástupci SSSR, Rakouska, Belgie, Bulharska, Číny, USA, Anglie, Israele, Italie, Japonska, Norska, Švýcarska, Jugoslavie a početné delegace z Francie, Maďarska, Polska a vých. Německa. Československo zastupoval člen korespondent ČSAV prof. dr O. Borůvka (vedoucí delegace, přednášel v plenu o diferenciálních lineárních transformacích 2. řádu), akademik SAV člen korespondent ČSAV prof. dr Š. Schwarz (přednášel o reducibilitě polynomů v konečných tělesech), doc. dr F. Nožička (přednášel o afinní geometrii nadploch) a aspirant A. Švec (přednášel o projektivní deformaci kongruencí přímek). Dále bylo na plenárním zasedání přečteno sdělení akademika E. Čecha (o existenci derivací v diferenciální geometrii), který se nemohl sjezdu účastniti osobně.

Sjezdová jednání byla rozdělena do pěti sekcí: 1. algebra a theorie čísel, 2. analysa, 3. geometrie a topologie, 4. aplikovaná matematika a 5. methodologie a historie matematiky. Vedle čtvrthodinových sdělení v sekcích byla na pořadu delší sdělení v plenu. Účastníci sjezdu obdrželi cyklostylovaný podrobný přehled rumunských poválečných prací v matematice (628 stran). Rumunští matematici přednesli řadu referátů z aplikované matematiky; rumunská produkce v tomto odvětví se týká hlavně theorie pravděpodobnosti, numerických method, obecné mechaniky, mechaniky kapalin, theorie pružnosti a algebraické theorie reléových schemat.

Sjezd byl velmi dobře organisován, zvláště pro mnohé rumunské i cizí mladé matematiky byl cennou příležitostí k vzájemnému poznání a výměně zkušeností. Během sjezdu byl podniknut celodenní zájezd do přístavu Constanza a po ukončení sjezdu šestidenní výlet do delty Dunaje a Karpat.

Alois Švec

III. VŠESVAZOVÝ SJEZD MATEMATIKŮ V MOSKVĚ

Ve dnech *24. června až 4. července 1956* probíhal *v Moskvě* třetí všesvazový matematický sjezd. Sjezd se konal v Lomonosovově universitě na Leninských horách a zúčastnilo se ho přes 2500 sovětských matematiků.

Zahraničí bylo zastoupeno 16 státy s celkovým počtem 56 matematiků. Z USA přijel jeden z nejpřednějších topologů N. E. Steenrod, z Francie vynikající matematik A. Denjoy, z Anglie statistik M. S. Bartlett. Z Italie byl na sjezdu M. Picone, ředitel Ústavu pro matematické aplikace (Instituto nazionale per le applicazioni del calcolo), vynikající odborník v oboru obyčejných diferenciálních rovnic G. Sansone, dále známý matematik F. Tricomi, C. Miranda a další. Z NSR byl na sjezdu známý pracovník v oboru samočinných počítačů A. Walter a geometr světového jména W. Blaschke, z NDR byli na sjezdu E. Köhler a H. Grell. Šestičlennou čínskou delegaci vedl vynikající číselný theoretik Hua-Loo-Keng. Indickou republiku zastupoval matematický statistik Radhakrišna Ra. C. Dále se zúčastnili sjezdu matematici jugoslávští (R. Kašanin, J. Karamata a další). Polská delegace, která byla nejpočetnější, dvanáctičlenná, byla vedena K. Kuratowskim.

Dále byla zastoupena na sjezdu republika Maďarská, Rumunsko a Bulharsko. ČSR zastupovali J. Novák a I. Babuška.

Na sjezdu bylo předneseno přes 750 sdělení, z toho asi 100 referátů bylo přehledných. Sjezd probíhal ve 13 sekcích: 1. theorie čísel, 2. algebra, 3. diferenciální a integrální rovnice, 4. theorie funkcí, 5. funkcionální analysa, 6. theorie pravděpodobnosti, 7. topologie, 8. geometrie, 9. matematická logika a základy matematiky, 10. numerické methody, 11. matematické problémy mechaniky, 12. matematická fysika, 13. historie matematiky.

Každá z těchto sekcí zasedala paralelně ještě v podsekcích. Výtahy z referátů a přednášek jsou vydány dnes ve dvou svazcích: Труды третьего всесоюзного математического съезда, том I. и II. Třetí svazek vyjde ještě dodatečně.

Referáty na sjezdu, zejména v sekcích 3, 10, 11 a 12 ukázaly velmi prudký rozvoj matematických disciplin, které jsou základem matematických aplikací. V oboru parciálních rovnic se pracuje značně na př. na problematice methody sítí. Velmi intensivně se studují také obyčejné diferenciální a integrální rovnice. V numerických methodách se aplikují účinným způsobem funkcionálně-analytické methody. Velmi intensivně se rozvíjí problematika výpočtů na velkých počítacích strojích, zejména bylo referováno o některých dosažených výsledcích na stroji BESM. Bylo referováno o některých methodách při řešení jistých problémů z aerodynamiky, o problematice automatického překladu z angličtiny a francouzštiny do ruštiny a pod.

V sekci matematických problémů mechaniky byly referáty přednášeny v podsekcích pružnost, filtrace, hydromechanika, plasticita, stabilita a obecná mechanika. Ve dvanácté sekci matematické fysiky byla přednesena zajímavá sdělení z matematických problémů, souvisejících s theoretickou fysikou.

Ivo Babuška