

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 1 (1956), No. 5, 394–398

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102541>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1956

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENSE

*L. Herland: Dictionary of mathematical sciences.* I. díl: Německo-anglický, 1951, 236 stran, cena 18 DM. II. díl: Anglicko-německý, 1954, 336 stran, cena 18 DM. Nakl. Brandstetter, Wiesbaden. Velikost B6.

Tento první dvojjazyčný matematický slovník obsahuje pojmy jednak z matematiky, jednak z příbuzných oborů jako z fyziky, astronomie, geodesie atd. Anglicko-německá část, která je obsáhlejší, byla za přispění prof. G. SEBBY a r. R. GROSSBARDA rozšířena o pojmy z oboru topologie a o řadu pojmů ze statistiky a obchodní angličtiny. Slovník je zpracován pečlivě a ke každému heslu (v obou dílech je jich asi 15 000) je připojen gramatický výklad a příklad použití ve větné vazbě. Tím tento slovník překonává obvyklé technické slovníky. Herlandovo dílo je třeba doporučit u nás, než bude vydán podobný slovník český, zejména všem překladatelům, dokumentátorům a výzkumným pracovníkům, kterým se tímto slovníkem dostává do ruky cenná pomůcka, umožňující jim dokonalé porozumění anglicky a německy psaných odborných matematických prací.

*Otakar E. Kádner*

*И. В. Душин-Барковский, Н. В. Смирнов: Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть).* (I. V. Dunin-Barkovskij, N. V. Smirnov: Theorie pravděpodobnosti a matematická statistika v technice (obecná část).) I. vydání vydalo nakladatelství Gostechizdat, Moskva 1955, 556 stran, 134 obrázky, 30 tabulek, cena 25 r. 85 k.

Kniha je určena pro průmyslové inženýry a průmyslové vědecké pracovníky, kteří přicházejí do styku se statistickými metodami. Může sloužit jako základ ke studiu matematické statistiky i jako pomůcka vědeckých pracovníků. Autoři seznamují čtenáře přístupnou formou se základy počtu pravděpodobnosti a matematickou statistikou v takové šíři, která je v obvyklých technických aplikacích nutná. K studiu knihy stačí znalost základů infinitesimálního počtu. Výklad základních pojmů a tvrzení je proveden takto:

1. pojem nebo tvrzení,
2. praktický příklad,
3. důkaz tvrzení.

Aby nerozšiřovali rozsah knihy, předkládají autoři některé věty a tvrzení se složitějšími důkazy čtenáři bez důkazu, někdy s odvoláními. Pro náročnějšího čtenáře by bylo třeba, aby ve všech těchto případech byla odvolání připojena.

Látku autoři shrnuli do 8 kapitol.

1. kapitola (5 str.) obecně vymezuje předmět statistického zkoumání, poukazuje na vztah náhodnosti a nutnosti a podává stručný přehled vývoje počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky.

2. kapitola (35 str.): V této kapitole je zaveden pojem pokusu, jevu, náhodové proměnné a náhodného procesu. Od pojmu klasické pravděpodobnosti a jednoduchých způsobů jejího vyjádření autoři přecházejí k axiomům pravděpodobnosti, které ilustrují příkladem geometrické pravděpodobnosti. V kapitole je uvedena úloha o výběru bez vracení a odvozeno binomické a Poissonovo rozložení.

3. kapitola (54 str.) zavádí pojem rozložení diskretní a spojitě jednorozměrné a dvourozměrné náhodové proměnné a charakteristik rozložení: momentů, mediánu, modu. Je zaveden pojem momentové vytvořující funkce. Pro střední hodnotu a rozptyl funkce náhodové proměnné jsou odvozena přibližná vyjádření na základě Taylorova rozvoje. Kapitola je uzavřena výkladem a důkazem Čebyševovy věty a Bernoulliovy věty.

4. kapitola shrnuje vlastnosti a charakteristiky binomického, Poissonova, hypergeometrického a normálního rozložení,  $T$ -rozložení,  $B$ -rozložení a rozložení  $\chi^2$ . Úvodem je zaveden pojem konvoluce nezávislých náhodových proměnných a vysvětlen její význam, odvozena hustota pravděpodobnosti monotonní funkce náhodové proměnné a uveden postup pro odvození hustoty pravděpodobnosti nemonotonní funkce náhodové proměnné. Význam normálního rozložení je vysvětlen Ljapunovovou větou a konvergencí binomického rozložení k normálnímu. Jsou odvozeny vztahy mezi Poissonovým a  $T$ -rozložení, binomickým a  $B$ -rozložení. Poznámka o některých zvláštnostech aplikace normálního rozložení ve výrobě, aplikace funkcí náhodové veličiny s  $\chi^2$ -rozložení a rozsáhlá aplikace statistických metod k řešení úlohy rozměrového řetězce<sup>1)</sup> kapitolu uzavírají.

5. kapitola (114 str.): V úvodu kapitoly je zaveden pojem výběru, výběrového rozložení, variační řady a výběrových charakteristik; u těchto charakteristik jsou uvedeny způsoby jejich výpočtu a bez odvození Sheppardovy korekce. Je načrtnut problém odhadu parametrů rozložení na základě výběru a klasifikace odhadů (nestrannost, konsistence, sufficientní a eficientní odhad, efience). Dále jsou počítány odhady některých momentů konečné a nekonečné populace, asymptotické rozložení odhadů střední hodnoty a rozptylu a uvedena momentová metoda odhadů parametrů. V další části jsou definovány charakteristiky pořadí, odvozeno rozložení členů variační řady a limitní rozložení výběrových kvantilů, rozložení krajních členů, rozložení rozpětí a odhad populačního průměru pomocí krajních členů variační řady. Pojem konfidenčního intervalu, konstrukce konfidenčních intervalů pro rozptyl a směrodatnou odchylku normální populace, ze Studentova rozložení získaný konfidenční interval pro průměr normální populace, konfidenční intervaly pro pravděpodobnost, na základě Kolmogorovova  $K(\lambda)$  rozložení konstruovaná oblast spolehlivosti pro distribuční funkci tvoří závěr kapitoly. K metodě maximální věrohodnosti a odhadům získaným touto metodou se vztahuje pouze poznámka.

6. kapitola (89 str.) formuluje problém testování hypotézy, podává přehled způsobů testování hypotézy o rovnosti středů dvou populací při velkém rozsahu výběru nebo normálním rozložení. Zavádí  $F$ -rozložení, které je aplikováno v testu rovnosti rozptylů normálních populací a v testu rovnosti průměrů normálních populací v analýze rozptylu. Obsahuje pojednání o  $\chi^2$ -kriteriu dobré shody, aplikaci  $\chi^2$ -rozložení k testu nezávislosti dvou náhodových proměnných a k testu rovnosti rozptylů dvou normálních nezávislých proměnných, test příslušnosti dvou výběrů k téže populaci na základě Kolmogorovova  $K(\lambda)$  rozložení. Dále autoři zavádějí pojem iterace a uvádějí různá kritéria náhodovosti. Pojednáním o způsobech testů normality rozložení a zavedením pojmu mohutnosti testu kapitola končí.

7. kapitola (67 str.) je věnována základům teorie korelace. V úvodní části jsou pro diskretní náhodovou proměnnou definovány regresní a skedastická křivka, korelační poměr a odvozeny jeho vlastnosti. Dále se autoři zabývají lineární regresí a vlastnostmi koeficientu korelace. Tyto definice a poznatky o diskretní proměnné jsou poznámkou rozšířeny na spojitý případ. Druhá část obsahuje teorii normální korelace a rovnice normální regrese. Vzorce pro výpočet výběrového koeficientu korelace a regresních koeficientů, praktický výpočet korelační tabulky, odhad a rozložení odhadu koeficientu korelace,

<sup>1)</sup> Rozměrový řetězec (размерная цепь) — uzavřený obrazec, vytvořený navzájem se doplňujícími rozměry (články).

test hypothesis o nelinearitě korelační vazby jsou zahrnuty v části třetí. Předposlední a poslední část je věnována vícenásobné korelaci a aplikaci metody nejmenších čtverců v teorii korelace, odvozuje Čebyševovy polynomy.

8. kapitola (67 str.) obsahuje některé aplikace matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti v technice. Řeší chyby některých mechanismů, uvádí metody zkoumání přesnosti a stability technologického procesu a analýsu seřízení stroje. Podává přehled o odhadu chyb měření, v § 5 shrnuje metody kontroly jakosti výroby a v § 6 metody přejímek, založené na počtu vadných výrobků.

Rozsáhlá část „Přílohy“ obsahuje 30 tabulek potřebných v technické praxi.

V závěru knihy je připojen seznam knih vydaných v SSSR, jejichž thematem je matematická statistika a aplikace počtu pravděpodobnosti.

Upozorňuji čtenáře na tyto tiskové chyby:

str. 40, 13. ř. shora místo  $P(g_1) + P(g_2) + \dots + P(g_s) + \dots = 1$

$$\text{správně } P\left(\sum_{i=1}^{\infty} g_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(g_i)$$

str. 77, 9. ř. zdola místo  $\mathbf{M}(CX) = \sum_x x P(x \cdot e)$

$$\text{správně } \mathbf{M}(CX) = \sum_x cx P(x).$$

Kromě těchto chyb obsahuje kniha řadu chyb drobnějšího rázu, které čtenáře nemohou mýlit, a které proto neuvádím.

*Jiří Vondráček*

*E. E. Слуцкий: Таблицы для вычисления неполной Г-функции и функции вероятности  $\chi^2$ .* (E. E. Sluckij: Tabulky pro výpočet neúplné  $\Gamma$ -funkce a funkce rozložení  $\chi^2$ .) I. vydání vydalo Nakladatelství Akademie věd SSSR, Leningrad 1950, 70 stran, cena 7 r. 20 k.

Návrh tabulek, které v šly pod redakcí a s předmlouvou A. M. Kolmogorova, je dílem E. E. Sluckého. V tabulkách jsou tabelovány hodnoty funkcí, které umožňují napočtení hodnot funkce  $P(\chi^2, n)$ , kde

$$P(\chi^2, n) = \frac{1}{2^{\frac{n-2}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_0^{\frac{\chi^2}{2}} x^{n-1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

v oblasti  $0 < \chi^2 < \infty$ ;  $0 < n < \infty$ , a tedy i neúplnou  $\Gamma$ -funkci

$$I(u, p) = \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_0^{u^{\frac{1}{p+1}}} x^p e^{-x} dx$$

v oblasti  $-1 < p < \infty$ ;  $0 < u < \infty$ , jelikož pro

$$p = \frac{n-2}{2}; u = \frac{\chi^2}{2^{\frac{1}{p+1}}}$$

platí vztah  $I(u, p) = 1 - P(\chi^2, n)$ .

Funkce  $P(\chi^2, n)$  je přímo tabelována v tabulce II, pro  $n = 0[0,1] 6^1$  a  $\chi^2 = 0[0,1] 3,2$ .

<sup>1)</sup> Symbol  $n = 0[0,1] 6$  značí, že  $n$  probíhá hodnoty od 0 do 6 po krocích 0,1.

Pomoená tabulka I, v níž je tabelována funkce  $T(\chi^2, n) = \frac{1 - P(\chi^2, n)}{\left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\frac{n}{2}}}$ ,  $n = 0[0,1]6$ ,

$\chi^2 = 0[0,1]1$ , umožňuje výhodnou interpolaci pro malá  $n$  a  $\chi^2$ . V tabulce III je tabelována funkce  $\mathfrak{P}(t, n) = P(\chi^2, n)$  pro  $n = 6[1]32$ ,  $t = -4[0,1]4,8$ , kde  $t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n}$ . Transformace  $t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n}$  je užito proto, že při tabelaci lze užít faktu, že po této transformaci rozložení  $\chi^2$  konverguje k normálnímu rozložení. Tabulka IV tabeluje funkci  $\Pi(t, x) = P(\chi^2, n)$  pro  $x = 0[0,02]0,25$ ,  $t = -4,5[0,1]4,8$ , kde  $t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n}$ ,  $x = \frac{1}{\sqrt{\frac{n}{2}}}$ . Tato transformace umožňuje rozšíření výpočtu hodnot  $P$ -funkce a  $\chi^2$ -rozložení

na celý parametrický prostor. Tabulka V obsahuje Everettovy a Newtonovy interpolační koeficienty.

*Jiří Tlustý, Ladislav Špaček: Samobuzené kmity v obráběcích strojích.* Vydalo Nakladatelství ČSAV, Praha 1954, 387 stran, 240 obrázků a diagramů, cena 39, — Kčs.

Kniha se zabývá samobuzenými kmity v obráběcích strojích, jejichž zdrojem je řezný proces při obrábění.

Obsah knihy je rozdělen do 7 kapitol (zpracoval Ing. Tlustý) s dodatkem od dr. Špačka.

V první kapitole je vysvětlen pojem samobuzeného kmitání a objasněny některé druhy těchto kmitů, které jsou specifické pro obráběcí stroje. Dále je podán přehled dosud uveřejněných prací zabývajících se tímto problémem.

Ve druhé kapitole „Samobuzené kmitání za různých podmínek obrábění“ uvádí autor jednak experimentální výsledky dvou sovětských autorů (L. K. Kučma, G. A. Manžos) a jednak stručně informuje čtenáře o výsledcích vlastního měření, které provedl na různých obráběcích strojích pro různé mezní hodnoty řezného procesu, t. j. mezní hodnoty, při kterých vznikají samobuzené kmity (hloubka a šířka řezu, rychlost obrábění a pod.). Závěrem kapitoly shrnuje hlavní znaky samobuzených kmitů a vliv jednotlivých podmínek na vznik kmitů a ukazuje, že celý souhrn řezných podmínek lze vyjádřit t. zv. „hloubkovým koeficientem“, s kterým dále pracuje.

Ve třetí kapitole je zhodnocena škodlivost samobuzených kmitů s ohledem na obráběcí stroje. Tyto kmity zvyšují jednak namáhání strojních částí, jednak způsobují značnou nerovnost povrchu obrobku a mají za následek skoro vždy snížení výkonu stroje.

Čtvrtá kapitola „Základní principy vzniku samobuzených kmitů při obrábění“, která je těžištěm theoretické části práce, obsahuje v úvodu principy theorie některých cizích autorů. Z kritického rozboru výsledků prací cizích autorů je zřejmé, že dosavadní theorie nejsou uspokojivé a je třeba naléztí obecný princip vzniku samobuzených kmitů. Proto je věnována dále pozornost vyšetřování rezonančních kmitů, vznikajících při styku nástroje s vlnitým povrhem vzniklým při předechozí třísce. Systém je pak rozkmitáván silou úměrnou tloušťce třísky a s frekvencí vlastních kmitů. Nastává rezonanční t. zv. sekundární vynucené kmitání. Rozborem obdržných výsledků výpočtu je ukázáno, že pochod obrábění se stane stabilní (t. j. sekundární vynucené kmity se utlumí), jestliže zvýšíme dosta-

tečně tuhost stroje nebo jeho tlumení. Při poměrném tlumení  $\frac{c}{c_k} > 0,5$  je systém stabilní při obrábění za jakýchkoliv řezných podmínek.

Největší část této kapitoly je věnována theorii vzniku samobuzených kmitů na základě t. zv. principu polohové vazby, který je podán pro soustavu o dvou stupních volnosti,

nespadajících do jedné přímky (rovinné kmitání). Autor formuluje dynamické poměry pomocí dvou lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu a vyšetřuje jejich stabilitu, resp. mezní podmínky stability. Má-li charakteristická rovnice systému komplexní koeficienty s kladnými reálnými částmi (případ nestabilní), dochází dle autora k vzniku samobuzených kmitů. Výsledkem autorových vývodů není tedy přímé stanovení samobuzených kmitů o určité amplitudě (tento výsledek by mohl obdržeti jedině na základě teorie vycházející z nelineárních diferenciálních rovnic pohybu), nýbrž autor klade rovnítko mezi zmíněnými nestabilními kmity a samobuzenými kmity.

Jako výsledek použití principu polohové vazby na rovinný systém obdržel autor ve formě vzorců a diagramů směrnice, jak volit tuhosti systému v hlavních směrech a jaká musí být směrová orientace systému, aby samobuzené kmity nevznikly. Výpočet je proveden pro tlumenou i netlumenou soustavu. Dále je zjišťován koeficient narůstání a frekvence samobuzených kmitů v oblasti nestability.

Na konci této kapitoly je experimentální ověření principu polohové vazby, které je hojně doloženo záznamy snímaných kmitů.

Kapitola pátá je věnována některým vlastnostem kmitavých systémů obráběcích strojů a popisu experimentálního zařízení, které bylo při proměřování obráběcích strojů použito.

Šestá kapitola obsahuje experimentální výsledky zjišťování vlivu směrové orientace řídicího systému obráběcího stroje na vznik samobuzeného kmitání. Měření bylo provedeno na soustruhu, frézce a vodorovné vyvrtávačce. Přitom byla věnována největší pozornost možnosti zvýšení mezních režných podmínek.

Závěrečná sedmá kapitola shrnuje a zhodnocuje získané výsledky a stanovuje směrnice pro další práci.

V dodatku připojeném ke knize podává dr Špaček obecnou teorii polohové vazby pro netlumený systém o více stupních volnosti. Z charakteristické rovnice systému odvozuje t. zv. rovnici pro mezní frekvenci, pomocí které lze určit maximální přípustnou velikost režných podmínek, při nichž samobuzené kmity ještě nevzniknou. Podrobně provádí výpočet systému o třech stupních volnosti. Poněvadž výpočet složitějších systémů je velmi pracný, uvádí dr Špaček ještě přibližný postup řešení. Závěrem je naznačena zobecněná teorie respektující tlumení a vliv postupného rozkmitávání.